

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ

ΛΟΓΙΚΗ

Θεωρία και Πρακτική

Γ' Τάξη Ενιαίου Λυκείου
Μάθημα Επιλογής

ΤΟΜΟΣ Β΄



ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΕΚΔΟΣΕΩΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ
ΑΘΗΝΑ

ΣΥΓΓΡΑΦΕΙΣ:

**Διονύσιος Αναπολιτάνος, Καθηγητής Πανεπιστημίου
Αθηνών**

Δημήτριος Γαβαλάς, Καθηγητής β/θμιας εκπαίδευσης

Απόστολος Δέμης, Καθηγητής β/θμιας εκπαίδευσης

**Κων/νος Δημητρακόπουλος, Αναπληρωτής καθηγητής
Πανεπιστημίου Αθηνών**

Βασίλειος Καρασμάνης, Επίκουρος καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εποπτεία για το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο:

Δημήτριος Καραγεώργος, Σύμβουλος Π.Ι.

ΚΡΙΤΕΣ:

Γεώργιος Κολέτσος, Αναπληρωτής καθηγητής Ε.Μ.Π.

**Μιχαήλ Μυτιληναίος, Αναπληρωτής καθηγητής
Οικονομικού Πανεπιστημίου Αθηνών**

Κων/νος Μπαλάσκας, Σύμβουλος Π.Ι.

Επιμέλεια για το Π.Ι.: Γαβαλάς Δημήτριος

**Εικαστικό εξωφύλλου: «Σύνθεση 1991», Σπύρος Ι.
Παπασπύρου**

Ακρυλικό σε MDF, Συλλογή: Μιχαήλ Γκαλπακιώτη

**Με απόφαση της ελληνικής κυβερνήσεως τα διδακτικά
βιβλία του Δημοτικού, του Γυμνασίου και του Λυκείου
τυπώνονται από τον Οργανισμό Εκδόσεως Διδακτικών
βιβλίων και διανέμονται δωρεάν.**

ΤΟΜΟΣ Β΄

Γ' ΤΑΞΗ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
Θετική & Θεωρητική Κατεύθυνση
Μάθημα Επιλογής

ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ ΓΙΑ ΜΑΘΗΤΕΣ ΜΕ
ΜΕΙΩΜΕΝΗ ΟΡΑΣΗ
Ομάδα εργασίας για το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής
Πολιτικής

Προσαρμογή: Μιχαηλίδου Δανάη, Εκπαιδευτικός
Επιμέλεια: Καραπιπέρη Παναγιώτα, Εκπαιδευτικός

Επιστημονικός υπεύθυνος: Βασίλης Κουρμπέτης,
Σύμβουλος Α΄ του Υ.ΠΟ.ΠΑΙ.Θ

Υπεύθυνη του έργου: Μαρία Γελαστοπούλου,
M.Ed. Ειδικής Αγωγής

Τεχνική υποστήριξη: Κωνσταντίνος Γκυρτής,
Δρ. Πληροφορικής

ΤΟΜΟΣ Β΄

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ**

**ΔΙΟΝΥΣΙΟΣ ΑΝΑΠΟΛΙΤΑΝΟΣ
ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ ΓΑΒΑΛΑΣ
ΑΠΟΣΤΟΛΟΣ ΔΕΜΗΣ
ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΔΗΜΗΤΡΑΚΟΠΟΥΛΟΣ
ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ ΚΑΡΑΣΜΑΝΗΣ**

ΛΟΓΙΚΗ

ΘΕΩΡΙΑ ΚΑΙ ΠΡΑΚΤΙΚΗ

ΤΟΜΟΣ Β΄

**Γ' ΤΑΞΗ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
Θετική & Θεωρητική Κατεύθυνση
Μάθημα Επιλογής**

(ΤΟΜΟΣ Β΄)

ΑΘΗΝΑ

III. Κατηγορηματική Λογική

1. Εισαγωγή

Η συμβολική γλώσσα που χρησιμοποιούμε στην προτασιακή λογική συγκροτείται με τέτοιο τρόπο, ώστε δεν έχει τη δυνατότητα να εκφράσει τη δομή υποκείμενο-κατηγορήμα, καθώς και τη δομή προτάσεων που αναφέρονται σε σχέσεις μεταξύ ατομικότητων. Η γλώσσα αυτή δεν είναι αρκετά ευέλικτη για να εκφράσει ατομικότητες είτε με συγκεκριμένο είτε με γενικό τρόπο. Για παράδειγμα, στα μαθηματικά χρησιμοποιούμε σύμβολα για συγκεκριμένες ατομικότητες όπως 0 ή 1 καθώς και μεταβλητές (για παράδειγμα x, ψ κτλ.) που αντιπροσωπεύουν ατομικότητες κατά γενικό τρόπο. Στο πλαίσιο της συμβολικής γλώσσας της προτασιακής λογικής δεν υπάρχει η δυνατότητα να εκφραστούν αυτά τα πράγματα. Επίσης, η γλώσσα αυτή δεν είναι σε θέση να περιγράψει τη δομή προτάσεων που περιέχουν εκφράσεις όπως "κάθε τι" ή "μερικά" και άλλες παρόμοιες. Για το λόγο αυτό είναι ανάγκη να προσφύγουμε σε άλλες μεθόδους έκφρασης και μελέτης των προτάσεων, οι οποίες αναδεικνύουν τα στοιχεία που τις συγκροτούν και τον τρόπο με τον οποίο αυτά συνδέονται.

Είναι χαρακτηριστικό ότι στα πλαίσια της προτασιακής λογικής δεν μπορούμε να εκφράσουμε προτάσεις όπως «κάθε άνθρωπος είναι θνητός» ή «υπάρχει αριθμός μεγαλύτερος του πέντε». Αυτές οι αδυναμίες

θεραπεύονται με την εισαγωγή της κατηγορηματικής λογικής όπως βλέπουμε αμέσως παρακάτω.

2. Η Δομή Υποκείμενο-Κατηγορημα

Ας θεωρήσουμε τις ακόλουθες προτάσεις της φυσικής γλώσσας.

- (1) «Ο Γιώργος είναι ψηλός»,
- (2) «Ο Όλυμπος είναι ψηλός»,
- (3) «Αυτός είναι ψηλός»,
- (4) «Αυτός που νίκησε στον αγώνα είναι ψηλός»

Αυτές έχουν διττή γλωσσική λειτουργία. Από τη μια πλευρά, με τις προτάσεις αυτές αναφερόμαστε σε κάποια ατομικότητα, η οποία μπορεί να είναι πρόσωπο, αντικείμενο κάτι αφηρημένο (ιδέα, έννοια, αποκύημα φαντασίας κτλ.) Η αναφορά αυτή γίνεται διαμέσου ποικίλων γλωσσικών μονάδων, όπως είναι τα κύρια ονόματα (Γιώργος, Όλυμπος), οι προσωπικές αντωνυμίες (αυτός) διάφοροι περιγραφικοί προσδιορισμοί που μπορεί να είναι και ολόκληρες προτάσεις (αυτός που νίκησε στον αγώνα) κτλ. Όλα αυτά θα τα καλούμε ονόματα. Το όνομα που αναφέρεται στην ατομικότητα καλείται υποκείμενο της πρότασης.

Από την άλλη πλευρά, με αυτές τις προτάσεις κατηγορούμε, δηλαδή αποδίδουμε μια ιδιότητα στην ατομικότητα στην οποία αναφερόμαστε. Το μέρος της πρότασης δια του οποίου γίνεται η κατηγορήση καλείται κατηγορημα. Παρατηρούμε ότι στις πιο πάνω προτάσεις το κατηγορημα είναι το κοινό τους μέρος, δηλαδή η έκφραση «είναι ψηλό».

Οι προτάσεις αυτές λοιπόν έχουν δύο μέρη, το υποκείμενο και το κατηγορημα:

Ο Γιώργος
Υποκείμενο

είναι ψηλός
κατηγορημα

Από άποψη σύνταξης το κατηγορημα εμφανίζεται με τη μορφή μιας διαδοχής ενός κενού και λέξεων έτσι ώστε, αν στη θέση του κενού τοποθετηθεί το όνομα μιας ατομικότητας, δημιουργείται μια πρόταση της φυσικής γλώσσας. Ας θεωρήσουμε, για παράδειγμα, το κατηγορημα "είναι ποιητής", το οποίο συντακτικά εμφανίζεται ως διαδοχή «...είναι ποιητής». Αν στη θέση του κενού τοποθετήσουμε τα ονόματα Όμηρος, Καβάφης, Πλάτων, παίρνουμε τις προτάσεις: «ο Όμηρος είναι ποιητής», «ο Καβάφης, είναι ποιητής», «ο Πλάτων είναι ποιητής».

Για λόγους ευκολίας επιλέγουμε τα αρχικά κεφαλαία γράμματα της αλφαβήτου για να δηλώνουμε συγκεκριμένα κατηγορήματα. Τα γράμματα αυτά (συχνά τα χρησιμοποιούμε και με δείκτες) τα ονομάζουμε κατηγορηματικές μεταβλητές και καταχρηστικά μερικές φορές τα ονομάζουμε και αυτά κατηγορήματα. Τα αρχικά μικρά γράμματα της αλφαβήτου τα χρησιμοποιούμε για να δηλώνουμε συγκεκριμένα ονόματα και τα ονομάζουμε ατομικές σταθερές ή απλά σταθερές. Συχνά τα χρησιμοποιούμε με δείκτες . Έτσι, αν επιλέξω το Α για να δηλώνει το «...είναι ψηλός,» και το γ για να δηλώνει το «ο Γιώργος», τότε η πρόταση

Ο Γιώργος
γ

είναι ψηλός
Α

δηλώνεται με τη διαδοχή A(γ). Η διαδοχή αυτή δεν είναι πρόταση, αλλά το σύμβολο της πιο πάνω συγκεκριμένης πρότασης. Η πρόταση αυτή είναι έκφραση της φυσικής γλώσσας, ενώ το A(γ) είναι έκφραση της συμ-

βολικής γλώσσας που χρησιμοποιούμε στη λογική. Αν για σύμβολο του "ο Όλυμπος" επιλέξουμε το β και για το «αυτός που νίκησε στον αγώνα» το α, τότε οι προτάσεις «ο Όλυμπος είναι ψηλός» και "αυτός που νίκησε στον αγώνα είναι ψηλός" δηλώνονται με τις εκφράσεις $A(\beta)$ και $A(\alpha)$ αντιστοίχως. Παρατηρούμε ότι έτσι χρησιμοποιούμε για τις απλές προτάσεις συμβολικές εκφράσεις οι οποίες περιέχουν ανεξάρτητα σύμβολα για κάθε ένα από τα δύο μέρη των προτάσεων, δηλαδή το υποκείμενο και το κατηγορημα. Με αυτόν τον τρόπο έχουμε ένα ευέλικτο μέσον

Ιστορία 4^η

Η Μαντεψιά

Κατά τη διάρκεια ενός παιχνιδιού με χαρτιά τραβιούνται τρεις άσσοι, χωρίς να αποκαλυφθούν, και ζητείται από τον Κώστα, το Νίκο και τη Γεωργία να μαντέψουν τι είδους είναι ο κάθε άσσος. Οι απαντήσεις τους ήταν οι εξής:

	1° χαρτί	2° χαρτί	3° χαρτί
Κώστας	Κούπα	σπαθί	μπαστούνι
Νίκος	Κούπα	καρό	μπαστούνι
Γεωργία	Καρό	σπαθί	Κούπα

Με δεδομένα ότι: (α) τουλάχιστον ένας μάντεψε σωστά τον κάθε άσσο, (β) καθένας μάντεψε σωστά τουλάχιστον δυο φύλλα και (γ) κανένα ζεύγος προσώπων δε μάντεψε σωστά ακριβώς τον ίδιο αριθμό χαρτιών, να βρείτε τι είδους ακριβώς ήταν κάθε χαρτί.

συμβολικής έκφρασης των απλών προτάσεων με το οποίο αναδεικνύεται η συγκρότησή τους. Αντιθέτως στην προτασιακή λογική χρησιμοποιούμε τις προτασιακές

μεταβλητές οι οποίες δεν αναδεικνύουν τη δομή των απλών προτάσεων. (Εδώ πρέπει να πούμε ότι παρ' ότι στη φυσική γλώσσα το υποκείμενο προηγείται του κατηγορήματος, στη λογική έχει επικρατήσει να γράφουμε πρώτα το κατηγορηματικό σύμβολο και μετά την ατομική σταθερά).

Οι πιο πάνω προτάσεις (1), (2), (3) και (4) έχουν κοινό μέρος το κατηγορήμα και την ίδια δομή την ίδια σύνταξη. Αυτό το οποίο είναι διαφορετικό σε κάθε μια από αυτές είναι το όνομα που έχει τη θέση του υποκειμένου.

Στη συμβολική γλώσσα από τη μια πλευρά χρησιμοποιούμε κάποιο κεφαλαίο γράμμα (εδώ έχουμε χρησιμοποιήσει το A) για να δηλώνει το κατηγορήμα και από την άλλη χρησιμοποιούμε ένα από τα τελευταία μικρά γράμματα της ελληνικής αλφαβήτου-συνήθως τα χ,ψ,ω-συχνά με δείκτες στη θέση του υποκειμένου. Αυτά τα γράμμα-τα ταονομάζουμε **ατομικές μεταβλητές** ή απλά **μεταβλητές**. Έτσι η διαδοχή

.....

χ

είναι ψηλός

A

αποδίδεται στη συμβολική γλώσσα με την έκφραση $A(\chi)$, την οποία διαβάζουμε: «A του χ». Η έκφραση αυτή καλείται **τύπος**.



Russel

Εδώ πρέπει να επισημάνουμε τις διαφορές μεταξύ του $A(\chi)$ και της έκφρασης που προκύπτει αν στη θέση του χ τοποθετήσουμε μια ατομική σταθερά, ας πούμε το γ. Όπως έχουμε ήδη πει, το $A(\gamma)$ είναι το σύμβολο της συγκεκριμένης πρότασης «ο Γιώργος είναι ψηλός». Δεν συμβαίνει όμως το ίδιο για το $A(\chi)$. Για να προκύψει σύμβολο μιας συγκεκριμένης πρότασης πρέπει να

αντικαταστήσουμε το χ με το σύμβολο ενός συγκεκριμένου ονόματος. Για παράδειγμα αν στη θέση του χ τοποθετήσουμε το β παίρνουμε το $A(\beta)$, το οποίο είναι το σύμβολο της πρότασης: «ο Όλυμπος είναι ψηλός». Ή μπορούμε να πούμε, κατ' ευθείαν ότι, καθώς το A είναι σύμβολο του κατηγορήματος είναι ψηλός, τότε αν στη θέση του χ τοποθετήσουμε το όνομα ο πύργος του Eiffel, θα πάρουμε την πρόταση «ο πύργος του Eiffel είναι ψηλός». Επομένως, το $A(\chi)$ παράγει ατέλειωτο πλήθος προτάσεων. Μπορούμε να πούμε ότι αποτελεί το σύμβολο της κοινής συντακτικής δομής όλων των προτάσεων, που παράγονται από το συγκεκριμένο κατηγορημα A : είναι ψηλός.

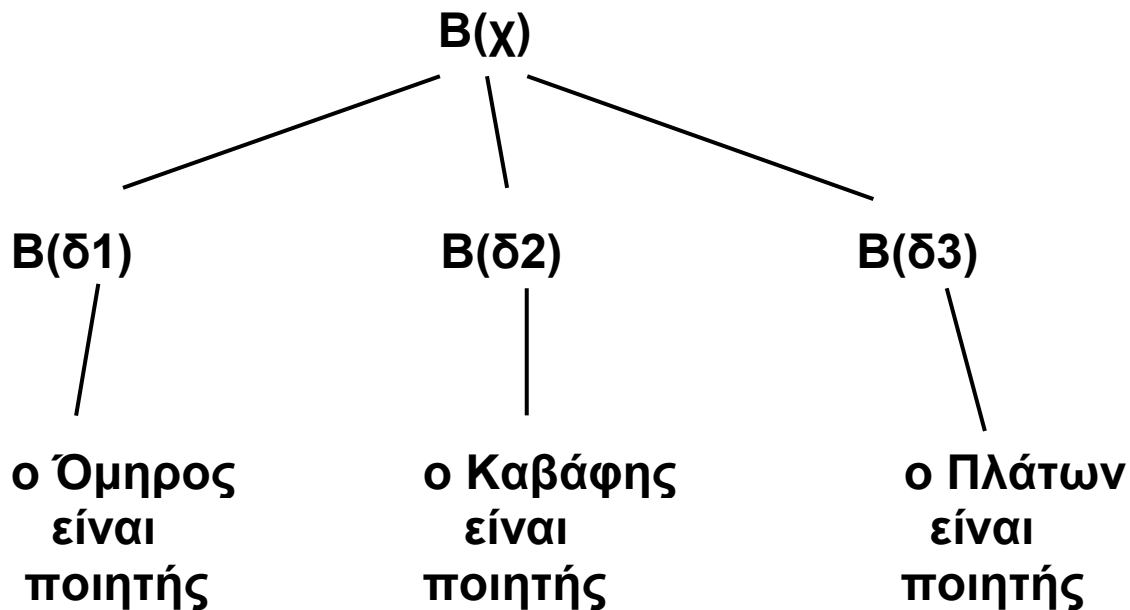
Εδώ πρέπει να πούμε όχι δεν έχει σημασία το ποια ατομική μεταβλητή χρησιμοποιούμε με το κατηγορηματικό σύμβολο. Τα $A(\chi)$, $A(\psi)$, $A(\omega)$ αδιαφόρως παράγουν τις ίδιες ακριβώς προτάσεις, συνεπώς μπορούμε να πούμε ότι αποτελούν διαφορετικές μορφές του ίδιου τύπου.

Ας δούμε άλλο ένα παράδειγμα: Αν επιλέξουμε την κατηγορηματική σταθερά β για να δηλώσουμε το κατηγορημα «είναι ποιητής» και τις ατομικές σταθερές δ_1 , δ_2 , και δ_3 , για να δηλώσουμε τα ονόματα "Όμηρος", "Καβάφης" και "Πλάτων" αντιστοίχως, τότε η έκφραση $\beta(\chi)$ αποτελεί το σύμβολο της δομής όλων των προτάσεων που είναι όμοιες με τις προτάσεις «ο Όμηρος είναι ποιητής», «ο Καβάφης είναι ποιητής», «ο Πλάτων είναι ποιητής».

Παρατηρούμε τα εξής:

- Αν στη θέση του χ τοποθετήσουμε το όνομα Ο Καβάφης και στη θέση του β το είναι ποιητής, παίρνουμε την πρόταση «ο Καβάφης είναι ποιητής».

• Αν στη θέση του x τοποθετήσουμε το $\delta 2$, παίρνουμε την έκφραση $B(\delta 2)$, η οποία είναι το σύμβολο της προηγούμενης πρότασης.



Ερώτηση

1. Τι ονομάζουμε υποκείμενο και τι κατηγορημα σε μια πρόταση της φυσικής γλώσσας;

Ασκήσεις

1. Να εκφραστούν συμβολικά οι ακόλουθες προτάσεις της φυσικής γλώσσας:

i. Ο Γιώργος είναι μαθητής του λυκείου
iii. Ο Γιώργος γράφει ποιήματα

ii. Η Μαρία είναι μαθήτρια του λυκείου
iv. Η Μαρία είναι ψηλή.

3. Πολυμελή Κατηγορήματα

Σε αντίθεση με τις προτάσεις που μελετήσαμε στα προηγούμενα και οι οποίες περιέχουν ένα όνομα στη θέση του υποκειμένου, υπάρχουν άλλες, οι οποίες περιέχουν δύο ή περισσότερα ονόματα. Τέτοια πρόταση, για παράδειγμα, είναι η ακόλουθη:

(1) «ο Γιώργος και ο Κώστας είναι υπάλληλοι».

Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι αυτή είναι σύντομη μορφή της συζευκτικής πρότασης «ο Γιώργος είναι υπάλληλος και ο Κώστας είναι υπάλληλος». Είναι δηλαδή ταυτόσημη με τη σύζευξη δύο προτάσεων με το ίδιο κατηγορημα. Όμως υπάρχουν και προτάσεις της φυσικής γλώσσας όπως η:

(2) «Ο Γιώργος και ο Κώστας είναι συνάδελφοι» τις οποίες δεν μπορούμε να αναλύσουμε όπως την προηγούμενη. Αν η πρόταση (2) θεωρηθεί ως σύζευξη με τον ίδιο τρόπο που θεωρήθηκε η (1), τότε παίρνει τη μορφή: «ο Γιώργος είναι συνάδελφος και ο Κώστας είναι συνάδελφος». Αυτή όμως δεν έχει κανένα νόημα. Αντίθετα, μπορούμε να τη θεωρήσουμε ως συζευκτική πρόταση με τη μορφή «ο Γιώργος είναι συνάδελφος του Κώστα και ο Κώστας είναι συνάδελφος του Γιώργου». (Αυτή βεβαίως έχει την ίδια σημασία με μια οποιαδήποτε από τις δύο συνιστώσες της, για παράδειγμα, με την «ο Γιώργος είναι συνάδελφος του Κώστα»).

Είναι φανερό πως η διαφορά μεταξύ των δύο προτάσεων (1) και (2) οφείλεται στο γεγονός πως με την έκφραση «είναι συνάδελφος» δεν αποδίδουμε μια ιδιότητα σε ένα πρόσωπο, όπως γίνεται με την έκφραση «είναι υπάλληλος», αλλά βεβαιώνουμε ότι δύο πρόσωπα έχουν μια σχέση μεταξύ τους. Δεν έχει νόημα να

λέμε ότι «ο Κώστας είναι συνάδελφος» αλλά ότι «ο Κώστας είναι συνάδελφος του Γιώργου».

Μια έκφραση όπως η «είναι συνάδελφος» καλείται **σχέση**. Από άποψη σύνταξης εμφανίζεται με τη μορφή μιας διαδοχής λέξεων και δύο κενών. Αν τα κενά συμπληρωθούν με τα ονόματα δύο ατομικότητων, δημιουργείται μια πρόταση. Για παράδειγμα, η σχέση «είναι μαθητής του» συντακτικά εμφανίζεται ως η διαδοχή: «...είναι μαθητής τού...». Αν τα κενά της συμπληρωθούν, για παράδειγμα, με τα ονόματα «Πλάτων» και «Σωκράτης» παίρνουμε την πρόταση: «ο Πλάτων είναι μαθητής τού Σωκράτη». Εδώ πρέπει να προσέξουμε ότι αν στο πρώτο κενό τοποθετήσουμε το όνομα "Σωκράτης" και στο δεύτερο κενό το όνομα "Πλάτων", τότε παίρνουμε την πρόταση: «Σωκράτης είναι μαθητής του Πλάτων». Αυτή βεβαίως έχει εντελώς διαφορετική σημασία από εκείνη της προηγούμενης πρότασης. Συχνά λοιπόν είναι καθοριστική η διάταξη των ονομάτων με τα οποία συμπληρώνουμε μια σχέση. βεβαίως υπάρχουν και περιπτώσεις όπως η σχέση «είναι συνάδελφος», όπου η διάταξη των ονομάτων δεν έχει σημασία. Μια σχέση η οποία συντάσσεται με δύο κενά, δηλαδή συνδέει δυο ονόματα, καλείται **δυναδική (ή διμελής) σχέση**.

Εκτός από τις δυναδικές σχέσεις υπάρχουν και σχέσεις, οι οποίες συνδέουν περισσότερα από δύο ονόματα. Έτσι, έχουμε τριαδικές (ή τριμελείς) σχέσεις κοκ. Για παράδειγμα, η σχέση «είναι γονείς του (τής)» είναι τριμελής, αφού εμφανίζεται συντακτικά ως η διαδοχή «...και ...είναι γονείς τού (τής)...», η οποία περιλαμβάνει τρία κενά. Αν στη θέση τους τοποθετηθούν τα ονόματα "Κώστας", "Ελένη» και "Μαρία" παίρνουμε την πρόταση "ο Κώστας και η Ελένη είναι γονείς της Μαρίας". Ομοίως, η σχέση «βρίσκεται μεταξύ» είναι τριμελής καθώς εμφανίζεται συντακτικά ως η διαδοχή:

«...βρίσκεται μεταξύ...και...», η οποία έχει τρία κενά. Αν τα συμπληρώσουμε με τα τρία ονόματα "Αίγιο", "Κόρινθος", και "Πάτρα" παίρνουμε την πρόταση:

(3) «το Αίγιο βρίσκεται μεταξύ της Κορίνθου και της Πάτρας».

Αν θελήσουμε να εκφράσουμε συμβολικά την (3), επιλέγουμε ένα κεφάλαιο γράμμα του ελληνικού αλφαβήτου, για παράδειγμα το Μ, για να δηλώσουμε τη σχέση «βρίσκεται μεταξύ» και τις ατομικές σταθερές α,β και γ για να δηλώσουμε τα "Αίγιο", "Κόρινθος" και "Πάτρα" αντιστοίχως. Τότε η πρόταση (3) συμβολίζεται με την έκφραση Μ (α,β,γ). Η δομή αυτής της πρότασης, αλλά και κάθε άλλης που παράγεται από τη σχέση αυτή, συμβολίζεται με τη χρήση του Μ και τρεις ατομικές μεταβλητές, για παράδειγμα, χ,ψ,ω, που θα σημειώνουν τα τρία κενά (τις θέσεις των ονομάτων): Μ(χ,ψ,ω).

Το Μ το λέμε **τριμελές κατηγορηματικό σύμβολο**. Γενικότερα, κάθε γράμμα που χρησιμοποιούμε για να δηλώσουμε σχέση το ονομάζουμε και αυτό **κατηγορηματικό σύμβολο** όπως κάνουμε για τα γράμματα που χρησιμοποιούμε για τα κατηγορήματα. Έτσι, έχουμε διμελή, τετραμελή κτλ. κατηγορηματικά σύμβολα. Συνηθίζουμε να ονομάζουμε (πολυμελή) κατηγορήματα και τις σχέσεις. Για παράδειγμα, η προηγούμενη σχέση «βρίσκεται μεταξύ» θεωρείται τριμελές κατηγορήμα. Αυτό το κάνουμε για λόγους ενοποίησης της ορολογίας αλλά και γιατί μπορούμε να θεωρήσουμε ότι με τις σχέσεις αποδίδουμε ιδιότητες σε διατεταγμένα πλήθη ατομικοτήτων, όπως με το κατηγορήμα αποδίδουμε κάποια ιδιότητα σε μια ατομικότητα. Για αυτό το λόγο, ένα κατηγορήμα όπως το «είναι υπάλληλος» θεωρείται μονομελές. (Για λόγους ευκολίας τα κατηγορηματικά σύμβολα τα ονομάζουμε καταχρηστικώς και κατηγορήματα).

Αν και στη φυσική γλώσσα οι λέξεις που εκφράζουν μια σχέση βρίσκονται μεταξύ των ονομάτων που συνδέονται με αυτή, στη συμβολική γλώσσα έχει επικρατήσει ο τρόπος γραφής κατά τον οποίο οι μεταβλητές ακολουθούν το κατηγορηματικό σύμβολο.

Αν είναι A ένα κατηγορηματικό σύμβολο και x_1, x_2, \dots, x_n μια n -άδα ατομικών μεταβλητών, η έκφραση $A(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ονομάζεται και αυτή τύπος.

Ερώτηση

1. Τι ονομάζουμε δυαδική σχέση;

Ασκήσεις

1. Να εκφρασθούν συμβολικά οι ακόλουθες προτάσεις της φυσικής γλώσσας:
 - i. Ο Γιώργος είναι σύζυγος της Μαρίας,
 - ii. Ο Γιώργος είναι ψηλότερος του Δημήτρη,
 - iii. Η Μαρία είναι παιδί του Κώστα και της Αγγελικής,
 - iv. Ο Γιώργος είναι παιδί του Νίκου και της Ουρανίας.

4. Ποσοδείκτες

Συχνά χρησιμοποιούμε προτάσεις όπως οι ακόλουθες: «σε αυτό το δωμάτιο υπάρχει κάτι ευωδιαστό», «στον κήπο υπάρχει κάτι ευωδιαστό», «στη σύσταση αυτού του μίγματος υπάρχει κάτι ευωδιαστό». Παρατηρούμε ότι όλες έχουν κοινό μέρος, δηλαδή την έκφραση

(1) «υπάρχει κάτι ευωδιαστό». Αυτή έχει την ίδια σημασία με την έκφραση

(2) «Υπάρχει τουλάχιστον ένα πράγμα, το οποίο είναι ευωδιαστό».

Εδώ πρέπει να πούμε ότι η λέξη «πράγμα» (όπως και η λέξη «κάτι») χρησιμοποιείται για να δηλώσει το οποιοδήποτε στοιχείο του περιβάλλοντος μπορεί να απασχολήσει το νου μας. Έχει λοιπόν την ίδια εμβέλεια με τη λέξη «ατομικότητα» αλλά χρησιμοποιείται περισσότερο στην περίπτωση όπου αναφερόμαστε εντελώς αόριστα σε κάτι. Μπορούμε να πούμε ότι είναι το πλησιέστερο στοιχείο της φυσικής γλώσσας, που είναι δυνατό να θεωρηθεί ότι αντιστοιχεί σε επίπεδο συμβολικής γλώσσας, στην ατομική μεταβλητή. Και αυτό διότι το «πράγμα» είναι δυνατό να αναφέρεται σε οτιδήποτε.

Ας μελετήσουμε τώρα τον τρόπο με τον οποίο συγκροτείται η (2). Παρατηρούμε ότι σε αυτήν υπάρχει το κατηγορημα «είναι ευωδιαστό», το οποίο αντιστοιχίζουμε στο κατηγορηματικό σύμβολο A. Είναι φανερό πως η έκφραση «το οποίο», που προηγείται του κατηγορήματος, επέχει θέση υποκείμενου σε σχέση με το κατηγορημα αυτό. Παρατηρούμε επίσης ότι η έκφραση «το οποίο» αναφέρεται σε ό,τι ακριβώς αναφέρεται και η λέξη «πράγμα».

Όπως είπαμε πιο πάνω μπορούμε να θεωρήσουμε ότι αυτή η λέξη, και συνεπώς και η έκφραση «το οποίο», αντιστοιχεί, σε επίπεδο συμβολικής γλώσσας, σε ατομική μεταβλητή, ας πούμε στη x . Συνεπώς αν θελήσουμε να δηλώσουμε συμβολικά το τμήμα «το οποίο είναι ευωδιαστό» της (2), ο καταλληλότερος τρόπος είναι να το κάνουμε με τον τύπο $A(x)$. Για να δηλώνουμε την έκφραση «υπάρχει τουλάχιστον ένα» έχει επιλεγεί το σύμβολο \exists (κατοπτρικό κεφάλαιο E), το οποίο καλείται **υπαρκτικός ποσοδείκτης**. Επειδή η λέξη «πράγμα» όπως και η έκφραση «το οποίο», αντιστοιχεί στη x , είναι φανερό ότι στη θέση της στην (2) θα έχουμε μια δεύτερη εμφάνιση της ίδιας μεταβλητής x . Συνεπώς το τμήμα «υπάρχει τουλάχιστον ένα πράγμα» της (2), αντιστοιχεί συμβολικά στην έκφραση $\exists x A(x)$. Έτσι, ολόκληρη η (2) δηλώνεται συμβολικά $\exists x A(x)$.

Υπάρχουν πολλές εκφράσεις της φυσικής γλώσσας, οι οποίες έχουν την ίδια σημασία με την έκφραση «υπάρχει τουλάχιστον ένα πράγμα» και συνεπώς μπορούμε να τις συμβολίζουμε με $\exists x$. Μερικές από αυτές είναι οι: «τουλάχιστον ένα πράγμα είναι τέτοιο ώστε», «υπάρχουν κάποια πράγματα τέτοια ώστε», «υπάρχει κάποιο πράγμα τέτοιο ώστε», «κάτι είναι τέτοιο ώστε», «για τουλάχιστον ένα πράγμα ισχύει ότι», «για κάποιο πράγμα», «μερικοί (-ές,-ά)».

Εκτός από τον υπαρκτικό υπάρχει και άλλος ποσοδείκτης, ο οποίος χρησιμοποιείται ευρύτατα. Ας πάρουμε την έκφραση:

(3) «κάθε πράγμα είναι φθαρτό».

Αυτή παράγεται από την πρόταση της έκφρασης «κάθε πράγμα» στο κατηγορημα «είναι φθαρτό». Για την έκφραση "κάθε" επιλέγουμε το σύμβολο \forall (ανεστραμμένο κεφαλαίο Α), το οποίο καλείται καθολικός ποσοδείκτης. Όπως έχουμε πει στα προηγούμενα, για τη λέξη "πράγμα" μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το x , οπότε, αν για το κατηγορημα "είναι φθαρτό" χρησιμοποιήσουμε το κατηγορηματικό σύμβολο B , η (3) συμβολίζεται με $\forall x B(x)$. Υπάρχουν αρκετές εκφράσεις της φυσικής γλώσσας που έχουν την ίδια σημασία με την έκφραση «κάθε πράγμα» και συνεπώς συμβολίζονται και αυτές με $\forall x$. Μερικές τέτοιες εκφράσεις είναι οι: «όλοι (-ες, -α)», «κάθε τι», «για κάθε πράγμα είναι αλήθεια ότι».

Επειδή δεν έχει σημασία το ποια ατομική μεταβλητή χρησιμοποιούμε σε ένα τύπο, οι συμβολικές εκφράσεις $\exists x A(x)$, $\exists \psi A(\psi)$, $\exists \omega A(\omega)$ κτλ. είναι ισοδύναμες.

Είναι φανερό πως δεν μπορούμε να αντικαταστήσουμε την ατομική μεταβλητή x στο τμήμα $A(x)$ της συμβολικής έκφρασης $\exists x A(x)$ ή $\forall x A(x)$ με ένα όνομα

διότι η έκφραση της φυσικής γλώσσας που προκύπτει δεν έχει κανένα νόημα. Συνεπώς αυτή η εμφάνιση του x δεσμεύεται από τον ποσοδείκτη σε τρόπο ώστε η θέση που κατέχει στο $A(x)$ δεν είναι ελεύθερη να δεχθεί κάποιο όνομα. Αντιθέτως, όταν ουδείς ποσοδείκτης προτάσσεται του τύπου $A(x)$ μπορούμε στη θέση του x να τοποθετήσουμε οποιοδήποτε όνομα. Για το λόγο αυτό, στις εκφράσεις της μορφής $\exists xA(x)$ ή $\forall xA(x)$ λέμε ότι η εμφάνιση της ατομικής μεταβλητής x στο $A(x)$ είναι δεσμευμένη, σε αντίθεση με την εμφάνιση της στο $A(x)$, όταν αυτό θεωρείται μόνο του, όπου καλείται ελεύθερη. Στις εκφράσεις αυτές το $A(x)$ καλείται **εμβέλεια** ή **ακτίνα** του ποσοδείκτη, αφού αποτελεί το χώρο (ή καλύτερο καταλαμβάνει το χώρο) στον οποίο εκτείνεται η δράση του. Συνεπώς η εμφάνιση μιας ατομικής μεταβλητής x είναι δεσμευμένη εφόσον βρίσκεται μέσα στην εμβέλεια ενός από τους δύο ποσοδείκτες \exists και \forall .

Ας θεωρήσουμε τις ταυτόσημες προτάσεις

- (4) «σε αυτό το δωμάτιο υπάρχει κάτι ευωδιαστό» και
 (5) «σε αυτό το δωμάτιο υπάρχει τουλάχιστον ένα πράγμα, το οποίο είναι ευωδιαστό» και την πρόταση
 (6) «κάθε πράγμα το οποίο βρίσκεται σε αυτό το αρωματοπωλείο είναι ευωδιαστό».

Το ιδιαίτερο χαρακτηριστικό των πιο πάνω προτάσεων, όπως και των εκφράσεων (1), (2) και (3), είναι ότι έχουν συμβολική παράσταση, η οποία περιέχει έναν τουλάχιστον από τους δύο ποσοδείκτες. Τέτοιου είδους προτάσεις συνήθως περιέχουν τις λέξεις «πράγμα» ή



Tarski

«κάτι». Όπως είπαμε στα προηγούμενα και οι δύο αυτές λέξεις χρησιμοποιούνται για να δηλώσουν το οποιαδήποτε στοιχείο του περιβάλλοντος μας, δηλαδή είναι δυνατόν να αναφέρονται σε οτιδήποτε.

Είναι φανερό ότι στις (4) και (5) το σύνολο των πραγμάτων στα οποία αναφέρεται η λέξη «πράγμα» ή η λέξη «κάτι» είναι όλα εκείνα που βρίσκονται στο συγκεκριμένο δωμάτιο για το οποίο μιλάμε. Αναλόγως στην (6) το σύνολο, σε στοιχεία του οποίου αναφέρεται η λέξη "πράγμα" είναι όλα όσα υπάρχουν στο συγκεκριμένο αρωματοπωλείο. Ονομάζουμε **σύνολο αναφοράς** την ολότητα των πραγμάτων στα οποία μπορεί να αναφέρονται αυτές οι λέξεις «πράγμα» ή «κάτι».

Στις εκφράσεις (1), (2) και (3) το σύνολο αναφοράς δεν είναι καθορισμένο και από αυτήν την άποψη έχουν και οι τρεις ένα χαρακτήρα γενικόλογης ασάφειας. Σε περιπτώσεις εκφράσεων όπως αυτές, όπου δεν είναι καθορισμένο το σύνολο αναφοράς, μπορεί να συμβεί ένα από τα ακόλουθα δύο πράγματα.

- Είτε αίρουμε την ασάφειά τους προβαίνοντας σε μια ερμηνεία τους που προσδιορίζει το σύνολο αναφοράς. Για παράδειγμα, μπορούμε να δηλώσουμε ότι όταν λέμε πως «υπάρχει τουλάχιστον ένα πράγμα, το οποίο ευωδιαστό» εννοούμε πως «υπάρχει τουλάχιστον ένα πράγμα στη σύσταση αυτού του μίγματος, το οποίο είναι ευωδιαστό». Ερμηνεύοντας με αυτόν τον τρόπο την έκφραση (2) προσδιορίζουμε το σύνολο αναφοράς, το οποίο στην προκειμένη περίπτωση είναι τα συστατικά του εν λόγω μίγματος.

- Είτε δεν προβαίνουμε σε καμιά ερμηνεία τέτοιου είδους εκφράσεων οπότε θεωρούμε ότι το σύνολο αναφοράς είναι το **ευρύτερο που μπορεί να υπάρξει**, δηλαδή η ολότητα των πραγμάτων του κόσμου μας.

Ερωτήσεις

1. Τι είναι ο υπαρκτικός και τι ο καθολικός ποσοδείκτης;
2. Πότε η εμφάνιση μιας μεταβλητής καλείται δεσμευμένη;

Ασκήσεις

1. Να εκφρασθούν συμβολικά οι ακόλουθες προτάσεις της φυσικής γλώσσας,
 - i. Όλα έχουν βάρος.
 - ii. Κάτι έχει βάρος.
 - iii. Οτιδήποτε έχει βάρος.
 - iv. Υπάρχει κάτι που έχει βάρος.

5. Ποσόδειξη σε οποιουδήποτε Τύπους

Όπως είδαμε στα προηγούμενα, οι τύποι της μορφής $A(x)$ ή $A(x_1, x_2, \dots, x_n)$ παράγουν απλές προτάσεις. Στην κατηγορηματική λογική έχουν ένα ρόλο ανάλογο με εκείνο που έχουν οι προτασιακές μεταβλητές στην προτασιακή λογική. Μπορούν να συνδέονται μεταξύ τους με συνδέσμους ώστε να δημιουργούνται συνθετότεροι τύποι, οι οποίοι παράγουν σύνθετες προτάσεις. Συνεπώς αυτοί προκύπτουν αν αντικαταστήσουμε τις προτασιακές μεταβλητές ενός προτασιακού τύπου με τύπους της μορφής $A(x)$ ή $A(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Για παράδειγμα, οι εκφράσεις $A(x) \wedge B(x)$, $A(x) \vee B(x)$, $\neg A(x)$, $A(x) \leftrightarrow B(x)$, $\Gamma(x,\psi)$, $\rightarrow\Delta(x,\psi)$, $\Gamma(x,\psi) \vee Z(\omega)$ και $A(x) \rightarrow\neg\Theta(x,\psi) \vee K(\psi,\omega)$, αποτελούν τύπους, οι οποίοι προκύπτουν από τους προτασιακούς τύπους $\Pi \wedge P$, $\Pi \vee P$, $\neg\Pi$, $\Pi \leftrightarrow P$, $\Pi \rightarrow P$, $\Pi \vee P$ και $(\Pi \rightarrow \neg P) \vee T$ αντιστοίχως.

Τα προηγούμενα έχουν μια πολύ σημαντική συνέπεια. Κάθε τι που έχουμε πει για τους προτασιακούς τύπους και τις τιμές αληθείας που αντιστοιχούν σε αυτούς, καθώς και για τα επιχειρήματα και την εγκυρότητά τους, ισχύουν και για τους τύπους της κατηγορηματικής λογικής στους οποίους αναφερθήκαμε πιο πάνω. Για παράδειγμα, ο τύπος $A(x) \rightarrow A(x)$ είναι ταυτολογία, οι τύποι $A(x) \vee B(x)$ και $A(x) \rightarrow B(x)$ είναι λογικώς ισοδύναμοι, το επιχείρημα $A(x) \rightarrow B(x)$, $A(x)$, $B(x)$ είναι έγκυρο.

Ας δούμε τώρα τη διαδικασία με την οποία μπορούμε να εκφράσουμε συμβολικά μια πρόταση χρησιμοποιώντας ποσοδείκτες και τύπους. Ας θεωρήσουμε την ακόλουθη πρόταση.

(1) «Όλοι οι θάμνοι είναι φυτά».

Αυτή μας λέει ότι κάθε οργανισμός που είναι θάμνος, είναι αναγκαστικά και φυτό. Η παρουσία της λέξης «όλοι» στην πρόταση αυτή δείχνει ότι η συμβολική παράστασή της περιέχει καθολικό ποσοδείκτη. Ας δούμε ποια είναι η μορφή της. Παρατηρούμε ότι η (1) είναι ταυτόσημη με την παράφραση

(2) «κάθε τι αν είναι θάμνος, τότε αυτό είναι φυτό»

Αν και η (2) δεν είναι καλά διατυπωμένη στο πλαίσιο της φυσικής γλώσσας, είναι χρήσιμη διότι με αυτή τη μορφή καθίσταται φανερό πως περιέχει την υποθετική πρόταση.

(3) «αν είναι θάμνος, τότε αυτό θα είναι φυτό», η οποία καλύτερα διατυπωμένη είναι η

(3') «αν αυτό είναι θάμνος, τότε αυτό είναι φυτό».

Ο ηγούμενος όρος της είναι η πρόταση

(4) «αυτό είναι θάμνος»

και ο επόμενος όρος της είναι η

(5) «αυτό είναι φυτό».

Αυτές οι είναι άπλες, της μορφής υποκείμενο-κατηγορημα. Και οι δύο εμφανίσεις της λέξης «αυτό» αναφέρονται στη λέξη "τι" της έκφρασης «κάθε τι». Συνεπώς, στη συμβολική παράσταση της (1) αυτές οι τρεις αντιστοιχούν στην ίδια ατομική μεταβλητή, για παράδειγμα, στη x . Αν επιλέξουμε τα A και B ως κατηγορηματικά σύμβολα που δηλώνουν τα κατηγορήματα "είναι θάμνος" και "είναι φυτό" αντιστοίχως, τότε οι (4) και (5) παράγονται από τους $A(x)$ και $B(x)$ αντιστοίχως. Συνεπώς, η (3) παράγεται από την $A(x) \rightarrow B(x)$.

Κάθε τι	αν	αυτό είναι θάμνος	τότε	αυτό είναι φυτό
$\forall x$		$A(x)$		$B(x)$
$\forall x$		$A(x) \rightarrow B(x)$		
		$\forall x (A(x) \rightarrow B(x))$		

Η έκφραση "κάθε τι" αναφέρεται σε ολόκληρη την πρόταση (3'). Συνεπώς, στη συμβολική παράσταση της (1) η δράση του καθολικού ποσοδείκτη εκτείνεται σε ολόκληρη την $A(x) \rightarrow B(x)$. Για να δηλώσουμε αυτό το γεγονός, την περιβάλλουμε με ζεύγος παρενθέσεων και τοποθετούμε μπροστά από αυτές το $\forall x$. Με αυτόν τον τρόπο, δηλώνουμε ότι η $A(x) \rightarrow B(x)$ θεωρείται ως ενιαίος τύπος στον οποίο δρα ο ποσοδείκτης. Έτσι, η (3') και επομένως και η (1), συμβολίζονται με την έκφραση $\forall x(A(x) \rightarrow B(x))$. Ο τύπος στον οποίο εκτείνεται η δράση του ποσοδείκτη καλείται **εμβέλεια** ή **ακτίνα** αυτού ακόμη και στην περίπτωση που αυτός δεν είναι της απλής μορφής $A(x)$ ή $A(x_1, x_2, \dots, x_n)$. Έτσι, στην έκφραση $\forall x(A(x) \rightarrow B(x))$, η εμβέλεια του καθολικού ποσοδείκτη είναι ο τύπος $A(x) \rightarrow B(x)$.

Εδώ πρέπει να πούμε ότι ο καθολικός ποσοδείκτης εμφανίζεται να δρα συνήθως σε υποθετικές προτάσεις επειδή είναι πολύ συχνή η χρήση προτάσεων που έχουν την ίδια μορφή με την (1), δηλαδή προτάσεων με τις οποίες αποφαινόμαστε ότι κάθε τι που έχει μια ιδιότητα θα έχει και μιαν άλλη.

Συνήθως αυτές οι προτάσεις παράγονται από τύπο όπως ο πιο πάνω. Όπως είδαμε στο κεφάλαιο 1, στο πλαίσιο της αριστοτελικής λογικής μια τέτοια πρόταση καλείται **καθολική καταφατική**.

Ας δούμε τώρα την πρόταση.

(6) «ουδείς πλανήτης είναι αυτόφωτος».

Αυτή είναι ταυτόσημη με την

(7) «κάθε τι που είναι πλανήτης δεν είναι αυτόφωτο».

Ακολουθώντας τη διαδικασία που περιγράψαμε προηγουμένως, βλέπουμε ότι η πρόταση (6) έχει τον τύπο $\forall x(A(x) \rightarrow \neg B(x))$. Όπως έχουμε πει στο κεφάλαιο 1, στο πλαίσιο της αριστοτελικής λογικής κάθε πρόταση αυτής της μορφής καλείται **καθολική αποφατική**.

Η πρόταση

(8) «μερικά φυτά είναι θάμνοι»

είναι ταυτόσημη με την

(9) «υπάρχει τουλάχιστον ένας οργανισμός, ο οποίος είναι φυτό και θάμνος».

Είναι φανερό πως παράγονται και οι δύο από τον τύπο $\exists x(A(x) \wedge B(x))$. Ο υπαρκτικός ποσοδείκτης εμφανίζεται να δρα συνήθως σε συζευκτικές προτάσεις, επειδή είναι πολύ συχνή η χρήση προτάσεων που έχουν την ίδια μορφή με την (8), δηλαδή προτάσεων με τις οποίες αποφαινόμαστε ότι υπάρχουν πράγματα που έχουν δύο ιδιότητες. Συνήθως αυτές οι προτάσεις παράγονται από τύπο όπως ο πιο πάνω. Έχουμε ήδη πει ότι μια τέτοια πρόταση καλείται μερική καταφατική.

Η πρόταση

(10) «μερικά φυτά δεν είναι θάμνοι»

είναι ταυτόσημη με την

(11) «υπάρχει τουλάχιστον ένας οργανισμός, ο οποίος είναι φυτό και δεν είναι θάμνος».

Και οι δύο προτάσεις έχουν τον τύπο: $\exists x(A(x) \wedge B(x))$. Μια τέτοια πρόταση καλείται μερική αποφατική.

Ασκήσεις

1. Να εκφραστούν συμβολικά οι ακόλουθες προτάσεις της φυσικής γλώσσας:

- i. Κάθε φυτό έχει χλωροφύλλη.
- ii. Μερικά φυτά έχουν χλωροφύλλη.
- iii. Ουδείς πλανήτης είναι αυτόφωτος.
- iv. Μερικοί πλανήτες δεν είναι αυτόφωτοι

6. Πολλαπλή Ποσόδειξη

Ας θεωρήσουμε τις ακόλουθες προτάσεις της νεοελληνικής γλώσσας

(1) υπάρχει κάτι ψηλότερο από τον Πάρνωνα

(2) υπάρχει κάτι ψηλότερο από τον πύργο των Αθηνών

(3) υπάρχει κάτι ψηλότερο από τον πύργο του Eiffel.

Για να είναι περισσότερο εμφανής η δομή τους, αυτές μπορούν να αναδιατυπωθούν με τον ακόλουθο τρόπο:

(4) υπάρχει ένα τουλάχιστον πράγμα, το οποίο είναι ψηλότερο από τον Πάρνωνα.

(5) υπάρχει ένα τουλάχιστον πράγμα, το οποίο είναι ψηλότερο από τον πύργο των Αθηνών.

(6) υπάρχει ένα τουλάχιστον πράγμα, το οποίο είναι ψηλότερο από τον πύργο του Eiffel.

Παρατηρούμε ότι το πρώτο μέρος και των τριών είναι η έκφραση "υπάρχει ένα τουλάχιστον πράγμα". Συνεπώς, η συμβολική παράσταση και των τριών περιέχει υπαρκτικό ποσοδείκτη. Το δεύτερο μέρος τους προέρχεται από το διμελές κατηγορημα «...είναι ψηλότερο από...». Την πρώτη θέση, με την οποία συντάσσεται αυτό, την κατέχει η έκφραση "το οποίο" που αναφέρεται στη λέξη "πράγμα". Συνεπώς, και οι δυο τους αντιστοιχούν στην ίδια ατομική μεταβλητή, ας πούμε x . Τη δεύτερη θέση με την οποία συντάσσεται αυτό το κατηγορημα, κατέχουν τα ονόματα "Πάρνων", "πύργος των Αθηνών" και "πύργος του Eiffel". Αν επιλέξουμε το A ως σύμβολο του κατηγορήματος «... είναι ψηλότερο από...» και τα α, β και γ ως σύμβολα των αντιστοιχών ονομάτων, τότε είναι φανερό πως οι (4), (5) και (6) συμβολίζονται με $\exists xA(x,\alpha)$, $\exists xA(x,\beta)$ και $\exists xA(x,\gamma)$ αντιστοίχως.

Παρατηρούμε ότι όπως οι (4), (5) και (6) προκύπτουν από την διαδοχή:

«υπάρχει ένα τουλάχιστον πράγμα, το οποίο είναι ψηλότερο από...» αν συμπληρώσουμε το κενό με ένα όνομα, έτσι και οι πιο πάνω τρεις συμβολικές εκφράσεις προκύπτουν από την $\exists x A(x, \psi)$ με την αντικατάσταση του ψ από τα α , β και γ . Βλέπουμε λοιπόν ότι ένας ποσοδείκτης μπορεί να επισυναφθεί σε έναν τύπο που περιέχει εμφανίσεις δυο μεταβλητών και κατ' επέκταση και περισσοτέρων. Η επισύναψη ενός ποσοδείκτη ως προς τη μια μεταβλητή σε ένα τύπο δεσμεύει τις εμφανίσεις της αντίστοιχης μεταβλητής του τύπου αλλά αφήνει ελεύθερες τις υπόλοιπες εμφανίσεις μεταβλητών. Στην πιο πάνω έκφραση $\exists x A(x, \psi)$ ο υπαρκτικός ποσοδείκτης $\exists x$ δεσμεύει την x αλλά αφήνει ελεύθερη την ατομική μεταβλητή ψ , στη θέση της οποίας μπορούμε να τοποθετήσουμε οποιοδήποτε όνομα.

Από όσα προηγήθηκαν συμπεραίνουμε ότι η επισύναψη ενός ποσοδείκτη σε ένα τύπο ελαττώνει τον αριθμό των μεταβλητών με ελεύθερες εμφανίσεις του τύπου κατά ένα. Για παράδειγμα, η επισύναψη του $\forall x$ στο $B(x)$ δημιουργεί την έκφραση $\forall x B(x)$. Η επισύναψη του $\exists x$ στον τύπο $\Gamma(x, \psi, \omega)$ με τρεις μεταβλητές δημιουργεί την έκφραση $\exists x \Gamma(x, \psi, \omega)$, η οποία είναι τύπος με ελεύθερες εμφανίσεις των δυο μεταβλητών ψ και ω .

Εδώ πρέπει να πούμε ότι, αν μια συμβολική έκφραση, όπως η $\forall x B(x)$ δεν έχει ελεύθερες εμφανίσεις μεταβλητών ή δεν έχει μεταβλητή, αποτελεί το σύμβολο μιας συγκεκριμένης πρότασης της φυσικής γλώσσας. Σε μια τέτοια έκφραση δεν επισυνάπτουμε ποσοδείκτη.

Ας θεωρήσουμε την έκφραση $\forall \psi A(x, \psi)$. Καθώς αυτή περιέχει ελεύθερη εμφάνιση της μεταβλητής x μπορούμε να επισυνάψουμε υπαρκτικό ποσοδείκτη ως προς τη x . Έτσι, παίρνουμε την έκφραση $\exists x$

$\forall \psi A(x, \psi)$, η οποία περιέχει δύο ποσοδείκτες. Συνεπώς, είναι δυνατό να έχουμε συμβολικές εκφράσεις που περιέχουν δύο ή περισσότερους ποσοδείκτες. Η εμβέλεια του καθολικού ποσοδείκτη στην πιο πάνω έκφραση είναι η $A(x, \psi)$, ενώ η εμβέλεια του υπαρκτικού είναι η $\forall \psi A(x, \psi)$. Γενικότερα, αν έχουμε έναν τύπο που περιέχει μια τουλάχιστον ελεύθερη εμφάνιση μεταβλητής-ανεξαρτήτως του αν αυτός περιέχει ποσοδείκτη ή όχι – μπορούμε να του επισυνάψουμε έναν ποσοδείκτη ως προς αυτήν τη μεταβλητή. Ο τρόπος γραφής των συμβολικών εκφράσεων που προκύπτουν έτσι θα μας απασχολήσει στη συνέχεια.

Ας υποθέσουμε τώρα πως έχουμε το κατηγορημα «... είναι μεγαλύτερος από...», το οποίο συμβολίζουμε με M και ας κατασκευάσουμε τις συμβολικές εκφράσεις

- i. $\forall \psi \exists x M(x, \psi)$
- ii. $\exists x \forall \psi M(x, \psi)$
- iii. $\forall x \exists \psi M(x, \psi)$ και
- iv. $\exists \psi \forall x M(x, \psi)$

Η πρώτη είναι το σύμβολο της ακόλουθης πρότασης της φυσικής γλώσσας

(7) «για κάθε τι υπάρχει ένα τουλάχιστον πράγμα μεγαλύτερο του»

Η δεύτερη είναι το σύμβολο της ακόλουθης

(8) «υπάρχει ένα τουλάχιστον πράγμα, το οποίο είναι μεγαλύτερο από το κάθε τι».

Η τρίτη είναι σύμβολο της ακόλουθης πρότασης της φυσικής γλώσσας

(9) «το κάθε τι είναι μεγαλύτερο από ένα τουλάχιστο πράγμα»

Η τελευταία είναι σύμβολο της

(10) «υπάρχει ένα τουλάχιστον πράγμα τέτοιο ώστε κάθε τι είναι μεγαλύτερο του»

Ο κ. Παπαδόπουλος, η αδελφή του, ο γιος του και η κόρη του είναι όλοι τενίστες. Γνωρίζουμε γι' αυτούς τα εξής:

(α) Ο/η δίδυμος του καλύτερου τενίστα και ο χειρότερος τενίστας έχουν αντίθετο φύλο, (β) ο καλύτερος και ο χειρότερος τενίστας έχουν την ίδια ηλικία.

Ποιος είναι ο καλύτερος τενίστας;

Αυτές είναι βεβαίως γενικές και ασαφείς καθώς δεν έχουμε καθορίσει το σύνολο αναφοράς των μεταβλητών χ και ψ . Γι' αυτό προχωράμε σε μια ερμηνεία τους που τις κάνει να έχουν σαφή και καθορισμένη σημασία. Θεωρούμε λοιπόν ότι το σύνολο αναφοράς των μεταβλητών χ και ψ είναι οι φυσικοί αριθμοί $0, 1, 2, 3, \dots$ και επίσης δεχόμαστε ότι το κατηγορήμα «... είναι μεγαλύτερος από...» σημαίνει «ο αριθμός... είναι μεγαλύτερος από τον αριθμό...».

Τότε η (7) ερμηνεύεται ως

(7') «για κάθε φυσικό αριθμό υπάρχει ένας φυσικός αριθμός μεγαλύτερός του».

Η (8) ερμηνεύεται ως

(8') «υπάρχει ένας τουλάχιστον φυσικός αριθμός, ο οποίος είναι μεγαλύτερος από κάθε φυσικό αριθμό».

Η (9) ερμηνεύεται ως

(9') «κάθε φυσικός αριθμός είναι μεγαλύτερος από έναν τουλάχιστον φυσικό αριθμό».

Η (10) ερμηνεύεται ως

(10') «υπάρχει ένας τουλάχιστον φυσικός αριθμός τέτοιος ώστε κάθε φυσικός αριθμός είναι μεγαλύτερος του»

Είναι φανερό πως η (7') είναι αληθής πρόταση, ενώ η (8') είναι ψευδής. Καθώς αυτές συνιστούν ερμηνείες προτάσεων της φυσικής γλώσσας που προέρχονται από τις εκφράσεις (i) και (ii) προκύπτει ότι αυτές δεν έχουν την ίδια λειτουργία, δεν είναι ισοδύναμες. Αυτό σημαίνει ότι η μεταβολή της σειράς πρόταξης των δύο ποσοδεικτών και μεταβάλλει τη σημασία των δύο ποσοδεικτών \exists και \forall μεταβάλλει τη σημασία των συμβολιζομένων προτάσεων. Επίσης, είναι φανερό ότι οι προτάσεις (9') και (10') δεν έχουν την ίδια σημασία.

Παρατηρούμε επίσης ότι οι εκφράσεις $\exists x \exists \psi M(x, \psi)$ και $\exists \psi \exists x M(x, \psi)$ συμβολίζουν τις προτάσεις (11) «υπάρχει πράγμα για το οποίο υπάρχει κάτι του οποίου είναι μεγαλύτερο» και

(12) «υπάρχει πράγμα για το οποίο υπάρχει κάτι που είναι μεγαλύτερο του», που έχουν την ίδια σημασία ανεξαρτήτως του πώς θα τις ερμηνεύσουμε. Το ίδιο ισχύει και για τις εκφράσεις $\forall x \forall \psi M(x, \psi)$ και $\forall \psi \forall x M(x, \psi)$. Συνεπώς, για ποσοδείκτες του ίδιου είδους δεν έχει σημασία η σειρά με την οποία εμφανίζονται.

Ασκήσεις

1. Να εκφραστούν συμβολικά οι ακόλουθες προτάσεις της φυσικής γλώσσας:

- i. Κάθε τι στηρίζεται κάπου.
- ii. Υπάρχει κάτι μικρότερο από το κάθε τι.
- iii. Κάθε τι είναι μικρότερο από κάτι.
- iv. Κάτι στηρίζει το κάθε τι.

7. Τύποι*

Από όσα προηγήθηκαν γίνεται αντιληπτό ότι οι διάφορες προτάσεις της φυσικής γλώσσας συμβολίζονται με εκφράσεις της συμβολικής γλώσσας, τις οποίες, όπως είπαμε στα προηγούμενα τις καλούμε τύπους. Οι τύποι κατασκευάζονται με τη βοήθεια ατομικών μεταβλητών, ατομικών σταθερών, κατηγορηματικών σταθερών, των συνδέσμων \neg , \wedge , \vee , \rightarrow και \leftrightarrow , ποσοδεικτών και παρενθέσεων. Όπως φαίνεται από τους τύπους που έχουμε κατασκευάσει μέχρι τώρα, η στοιχειώδης δομική μονάδα από την οποία κατασκευάζονται είναι οι συμβολικές εκφράσεις απλών προτάσεων της μορφής υποκείμενο-κατηγορήμα. Οι εκφράσεις αυτές αποτελούνται από μια κατηγορηματική σταθερά, η οποία ακολουθείται από τόσες ατομικές σταθερές ή μεταβλητές όσες και οι θέσεις του κατηγορήματος που αντιστοιχεί στην κατηγορηματική σταθερά: $P(x)$, $\Delta(\psi, x)$, $A(\beta)$, $O(x)$ κτλ. Τέτοιοι τύποι καλούνται ατομικοί, διότι δεν είναι δυνατό να αναλυθούν πιο πέρα. Αποτελούν τα έσχατα δομικά στοιχεία που μπορούν να συμβολίσουν προτάσεις της απλής μορφής υποκείμενο-κατηγορήμα. Χρησιμοποιώντας ατομικούς τύπους, λογικούς συνδέσμους, ποσοδείκτες και παρενθέσεις κατασκευάζουμε τύπους. Στη συνέχεια, δίνουμε τους κανόνες στους οποίους υπακούει η κατάσκευή τους. Χρησιμοποιούμε τα $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots$ για να δηλώνουμε τύπους και τα $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n, \dots$ για να δηλώνουμε ατομικές σταθερές ή ατομικές μεταβλητές.

1. Αν το A είναι ένα n -μελές κατηγορηματικό σύμβολο, τότε η έκφραση $A(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n)$ είναι ένας (ατομικός) τύπος.

2. Αν ο φ , είναι τύπος, τότε η συμβολική έκφραση $\neg\varphi$ είναι τύπος.

3. Αν οι φ_1 και φ_2 , είναι τύποι, τότε οι συμβολικές εκφράσεις $(\varphi_1 \wedge \varphi_2)$, $(\varphi_1 \vee \varphi_2)$, $(\varphi_1 \rightarrow \varphi_2)$, $(\varphi_1 \leftrightarrow \varphi_2)$ είναι τύποι.

4. Αν ο φ_1 , είναι τύπος, ο οποίος περιέχει μια τουλάχιστον ελεύθερη εμφάνιση της μεταβλητής t_1 , τότε οι συμβολικές εκφράσεις $\exists t_1 \varphi_1$, $\forall t_1 \varphi_1$ είναι τύποι.

5. Οι μόνες συμβολικές εκφράσεις που είναι τύποι είναι αυτές που κατασκευάζονται με τους προηγούμενους κανόνες.

Με τον κανόνα 3 εισάγουμε ζεύγη παρενθέσεων στους τύπους. Όταν όμως ένας ζεύγος παρενθέσεων είναι το ακραίο δομικό στοιχείο του τύπου, όπως για παράδειγμα στον $(\exists x A(x) \rightarrow \forall \psi B(\psi))$, δηλαδή όταν ο τύπος θεωρείται μόνος του τότε το παραλείπουμε και γράφουμε απλώς $\exists x A(x) \rightarrow \forall \psi B(\psi)$.

Πρέπει όμως να προσέξουμε ότι στον τύπο, για παράδειγμα.

$$\forall x(A(x) \rightarrow B(x))$$

το ζεύγος των παρενθέσεων δεν είναι εξωτερικό, αφού ο καθολικός ποσοδείκτης βρίσκεται εκτός αυτών. Συνεπώς, δεν μπορούμε να το αφαιρέσουμε.

Ξεκινώντας από τους ατομικούς τύπους, με τη βοήθεια των πιο πάνω κανόνων μπορούμε να κατασκευάσουμε ατέρμονα ποικιλία τύπων. Για παράδειγμα, οι εκφράσεις $A(x)$, $B(x, \psi)$ είναι τύποι (λόγω του κανόνα 1), οι $\neg A(x)$, $\exists \psi B(x, \psi)$ είναι τύποι (λόγω των κανόνων 2 και 4), οι $\neg \neg A(x)$, $\exists x A(x)$, $\exists \psi B(x, \psi)$, $\forall x \exists \psi B(x, \psi)$ είναι τύποι (λόγω των κανόνων 2 και 4), οι $(\neg \neg A(x) \vee \forall x \exists \psi B(x, \psi))$, $(\exists x \neg A(x) \rightarrow \neg A(x))$ είναι τύποι - με ή χωρίς τις παρενθέσεις - λόγω του κανόνα 3) κτλ.

Όταν σε έναν τύπο δεν υπάρχει ελεύθερη εμφάνιση μεταβλητής, τότε ο τύπος λέγεται πρόταση στο πλαίσιο

της συμβολικής γλώσσας της κατηγορηματικής γλώσσας.

Ασκήσεις

1. Να εξετάσετε αν οι ακόλουθες εκφράσεις είναι τύποι:

i. $\forall x B(x, x)$

ii. $\exists x B(\alpha, \alpha)$

iii. $B(\alpha, \alpha)$

iv. $\forall x (A(\psi) \rightarrow B(\alpha, \psi))$

v. $\forall x \exists x A(x)$

vi. $\exists x A(x) \rightarrow \forall \psi B(\psi, \psi)$

8. Μεταφορά σε Συμβολική Γλώσσα*

Στα προηγούμενα είδαμε πώς μπορούμε να μεταφέρουμε, να μεταφράσουμε δηλαδή, σε συμβολική γλώσσα ορισμένες προτάσεις της φυσικής γλώσσας, οι οποίες έχουν σχετικώς απλή δομή. Εδώ θα δούμε πώς μπορούμε να πετύχουμε το ίδιο για προτάσεις με συνθετότερη μορφή.

Ας δούμε για παράδειγμα, τις προτάσεις

(1) «κάθε επίπεδο σχήμα, που είναι ορθογώνιο είναι παραλληλόγραμμο».

(2) «κάθε τετράγωνο είναι ορθογώνιο αλλά δεν είναι κάθε ορθογώνιο τετράγωνο» και

(3) «υπάρχει ένα υγρό, στο οποίο διαλύεται κάθε στερεό».

Αυτό που προσπαθούμε καταρχήν να κάνουμε, για να πετύχουμε τη μεταφορά μιας πρότασης στη συμβολική γλώσσα, είναι να την παραφράσουμε. Δηλαδή να της δώσουμε μια διαφορετική μορφή, πιο αναλυτική, και συνεπώς λιγότερο φυσική, σε τρόπο ώστε να αναδεικνύονται οι λογικές συνιστώσες της, οι οποίες συχνά είναι καλυμμένες, καθώς και οι απλές προτάσεις της μορφής υποκείμενο-κατηγορημα. Ως λογικές συνιστώσες μιας πρότασης θεωρούμε τους συνδέσμους και τους ποσοδείκτες.

Συνεπώς, ακολουθούμε την εξής διαδικασία στην προσπάθεια παράφρασης μιας πρότασης

- Εντοπίζουμε, αν υπάρχουν, τις εκφράσεις που συμβολίζονται με ποσοδείκτη.**
- Εντοπίζουμε τα κατηγορήματα και τα υποκείμενα, δηλαδή αναδεικνύουμε όλες τις στοιχειώδεις δομικές μονάδες της μορφής υποκείμενο-κατηγορημα. (Πρέπει να υπενθυμίσουμε ότι με τον όρο κατηγορημα εννοούμε και πολυμελείς σχέσεις).**
- Εντοπίζουμε τις λέξεις, οι οποίες αναφέρονται στο ίδιο πράγμα και συνεπώς αντιστοιχούν στην ίδια ατομική σταθερά ή μεταβλητή.**
- Εντοπίζουμε τους συνδέσμους.**
- Προσδιορίζουμε την εμβέλεια δράσης των συνδέσμων και των ποσοδεικτών.**
- Εντοπίζουμε την κύρια λογική συνιστώσα. Δηλαδή το σύνδεσμο ή τον ποσοδείκτη του οποίου η εμβέλεια δράσης καλύπτει κάθε μέρος της πρότασης. Στη συνέχεια, κάνουμε το ίδιο για τα μέρη της μέχρις ότου να γίνει φανερή η δομή ολόκληρης της πρότασης.**

Μια παράφραση της (1) μπορεί να είναι η πρόταση (1'): «κάθε τι το οποίο είναι επίπεδο σχήμα και το οποίο είναι ορθογώνιο, αυτό είναι παραλληλόγραμμο

ή η πρόταση

(1''): «για κάθε τι έχουμε ότι αν αυτό είναι επίπεδο σχήμα και αυτό είναι ορθογώνιο, τότε αυτό θα είναι παραλληλόγραμμο».

Ας επιλέξουμε τα Σ, Ο και Π για να συμβολίσουμε τα τρία κατηγορήματα είναι επίπεδο σχήμα, είναι ορθογώνιο

και είναι παραλληλόγραμμο. Είναι φανερό ότι η κύρια λογική συνιστώσα στην (1'') είναι ο καθολικός ποσοδείκτης, αφού δρα σε ολόκληρο το τμήμα της πιο πάνω έκφρασης που απομένει αν τον παραλείψουμε. Στο τμήμα αυτό η κύρια λογική συνιστώσα είναι η συνεπαγωγή. Ο ηγούμενος όρος της είναι σύζευξη δυο απλών προτάσεων και ο επόμενος όρος είναι μια απλή πρόταση. Η σύζευξη έχει ως σύμβολο το $\Sigma(x) \wedge O(x)$ και αποτελεί τον ηγούμενο όρο της υποθετικής πρότασης. Η συνεπαγωγή δρα σε ολόκληρη τη σύζευξη και για το λόγο αυτό την περιβάλλουμε με ζεύγος παρενθέσεων οπότε η συνεπαγωγή έχει ως σύμβολο την $(\Sigma(x) \wedge O(x)) \rightarrow \Pi(x)$. Ο καθολικός ποσοδείκτης δρα σε ολόκληρη τη συνεπαγωγή. Συνεπώς, την περιβάλλουμε και αυτήν με ένα ζεύγος παρενθέσεων για να δηλώσουμε ότι συνιστά στο σύνολο της την εμβέλεια του ποσοδείκτη. Τότε η (5), και συνεπώς και η (1), συμβολίζεται με την έκφραση $\forall x (\Sigma(x) \wedge O(x)) \rightarrow \Pi(x)$.



Skolem

Ανάλογα μπορούμε να εργαστούμε με την πρόταση (2). Οι δύο εμφανίσεις της λέξης "κάθε" υποδηλώνουν την παρουσία δύο καθολικών ποσοδεικτών. Η έκφραση «κάθε τετράγωνο είναι ορθογώνιο» έχει την ίδια σημασία με την πρόταση

(α): «για κάθε τι ισχύει ότι αν αυτό είναι τετράγωνο, τότε αυτό είναι ορθογώνιο».

Η έκφραση «είναι κάθε ορθογώνιο τετράγωνο» έχει την ίδια σημασία με την πρόταση

(β): «για κάθε τι ισχύει ότι αν αυτό είναι ορθογώνιο, τότε αυτό είναι τετράγωνο».

Τα κατηγορήματα που υπάρχουν είναι το "είναι τετράγωνο" για το οποίο επιλέγουμε ως σύμβολο το T και το "είναι ορθογώνιο".

Η κύρια λογική συνιστώσα στην (2) είναι η σύζευξη που υποδηλώνεται με τη λέξη "αλλά". Το πρώτο μέρος της σύζευξης είναι η (α) και το δεύτερο η έκφραση «δεν είναι κάθε ορθογώνιο τετράγωνο», η οποία αποτελεί την άρνηση της (β). Συνεπώς το δεύτερο έχει την ίδια σημασία με την πρόταση

(γ): «δεν ισχύει πως για κάθε τι έχουμε ότι αν αυτό είναι ορθογώνιο τότε αυτό είναι τετράγωνο».

Έτσι, η (2) έχει την ίδια σημασία με την πρόταση

(2''): «για κάθε τι ισχύει ότι, αν αυτό είναι τετράγωνο, τότε αυτό είναι ορθογώνιο και δεν ισχύει πως για κάθε τι έχουμε ότι, αν αυτό είναι ορθογώνιο, τότε αυτό είναι τετράγωνο».

Στο πρώτο μέρος η κύρια λογική συνιστώσα είναι ο καθολικός ποσοδείκτης, ο οποίος δρα σε μια υποθετική πρόταση με όρους δύο απλές προτάσεις. Η πρόταση αυτή έχει ως σύμβολο την $T(x) \rightarrow O(x)$. Επειδή ο καθολικός ποσοδείκτης δρα στο σύνολο της, την περιβάλλουμε με ζεύγος παρενθέσεων και συνεπώς το σύμβολο του πρώτου μέρους είναι η $\forall x(T(x) \rightarrow O(x))$. Στο δεύτερο μέρος η κύρια λογική συνιστώσα είναι η

άρνηση, αφού αυτή δρα σε όλη την έκφραση (β). Η (β) έχει ως κύρια λογική συνιστώσα τον καθολικό ποσοδείκτη, ο οποίος δρα σε μια υποθετική πρόταση με όρους δύο απλές προτάσεις. Σε αυτήν την πρόταση της φυσικής γλώσσας αντιστοιχεί ο τύπος $O(x) \rightarrow T(x)$. Σε αυτή τη συμβολική έκφραση δρα ο καθολικός ποσοδείκτης, επομένως την περιβάλλουμε με ζεύγος παρενθέσεων και παίρνουμε την $\forall x(O(x) \rightarrow T(x))$. Σε αυτή δρα η άρνηση, επομένως την περιβάλλουμε και αυτή με ζεύγος παρενθέσεων και παίρνουμε την $\neg(\forall x(O(x) \rightarrow T(x)))$. Έτσι η (2'), και συνεπώς και η (2), συμβολίζεται με την έκφραση.

$\forall x(O(x) \rightarrow T(x)) \wedge \neg(\forall x(O(x) \rightarrow T(x)))$.

Εδώ πρέπει να επισημάνουμε το εξής: Ο καθολικός ποσοδείκτης του πρώτου μέρους αυτής της σύζευξης δρα μόνον στο τμήμα $O(x) \rightarrow T(x)$ και επομένως δεσμεύει μόνον αυτές τις δύο εμφανίσεις της μεταβλητής x . Οι άλλες δύο εμφανίσεις της x στο μέρος $O(x) \rightarrow T(x)$ δεσμεύονται από τον δεύτερο. Έτσι, καθώς τα δύο αυτά μέρη είναι ανεξάρτητα ως προς το ζήτημα της χρήσης των ποσοδεικτών και των μεταβλητών, μπορούμε να αντικαταστήσουμε όλες τις εμφανίσεις της μεταβλητής x στο ένα από τα δύο μέρη με μιαν άλλη, για παράδειγμα, την ψ . Έτσι, μπορούμε να συμβολίσουμε την (2) με την $\forall x(O(x) \rightarrow T(x)) \wedge \neg(\forall \psi(O(\psi) \rightarrow T(\psi)))$, χωρίς αυτό να μεταβάλλει σε τίποτε τη λειτουργικότητα του συμβολισμού.

Ας δούμε τώρα την πρόταση (3). Η (3) είναι ταυτόσημη με την (3'): «υπάρχει κάτι το οποίο είναι υγρό και στο οποίο διαλύεται κάθε στερεό».

Η παρουσία της έκφρασης «υπάρχει κάτι» δηλώνει την παρουσία υπαρκτικού ποσοδείκτη, ο οποίος θα δρα στην πρόταση

(δ): «το οποίο είναι υγρό και στο οποίο διαλύεται κάθε στερεό».

Αυτή έχει ως κύρια λογική συνιστώσα τη σύζευξη. Το πρώτο μέρος της συζευκτικής πρότασης είναι η έκφραση «το οποίο είναι υγρό». Εδώ υπάρχει το κατηγορημα "είναι υγρό" το οποίο ας συμβολίσουμε με Υ. Έτσι, το πρώτο μέρος συμβολίζεται με Υ(χ). Το δεύτερο μέρος λέει ότι «κάθε στερεό διαλύεται σε αυτό το υγρό», το οποίο είναι ταυτόσημο με την

(ε) «για κάθε τι ισχύει ότι, αν αυτό είναι στερεό τότε αυτό διαλύεται σε εκείνο (το υγρό)».

Η κύρια λογική συνιστώσα που αντιστοιχεί σε αυτό το μέρος είναι ο καθολικός ποσοδείκτης που δρα στην (ζ): «αν αυτό είναι στερεό, τότε αυτό διαλύεται σε εκείνο (το υγρό)».

Αυτή είναι μια υποθετική πρόταση. Εδώ υπάρχουν δύο κατηγορήματα: το «...είναι στερεό» το οποίο ας το συμβολίσουμε με Ρ και το διμελές «... διαλύεται στο...», το οποίο ας το συμβολίσουμε με Δ. Εδώ πρέπει να προσέξουμε ότι η λέξη "εκείνο" αναφέρεται σε ό,τι αναφέρεται και η λέξη "αυτό" του πρώτου μέρους και όχι όπου αναφέρεται η λέξη "αυτό" του δεύτερου μέρους. Συνεπώς στη λέξη "αυτό" του δεύτερου μέρους πρέπει να αντιστοιχίσουμε όχι τη μεταβλητή χ που χρησιμοποιήσαμε στο πρώτο μέρος, αλλά μια άλλη μεταβλητή, για παράδειγμα, την ψ.

Υπάρχει κάτι το οποίο είναι υγρό και για κάθε τι
 χ χ ψ
 ισχύει ότι αν αυτό είναι στερεό, τότε: αυτό διαλύεται
 ψ ψ
 σε εκείνο
 χ

$$\exists \chi (Y(\chi) \wedge \forall \psi (P(\psi) \rightarrow \Delta(\psi, \chi)))$$

Έτσι η έκφραση (ζ) συμβολίζεται και (ε) συμβολίζεται $P(\psi) \rightarrow \Delta(\psi, \chi)$ οπότε η (δ) συμβολίζεται $\forall \psi (P(\psi) \rightarrow \Delta(\psi, \chi))$, οπότε η (δ) συμβολίζεται $Y(\chi) \wedge \forall \psi (P(\psi) \rightarrow \Delta(\psi, \chi))$. Επειδή ο υπαρκτικός ποσοδείκτης δρα σε όλον αυτόν τον τύπο, τον περιβάλλουμε με ένα ζεύγος παρενθέσεων, οπότε η (3'), και συνεπώς η (3), συμβολίζεται $\exists \chi (Y(\chi) \wedge \forall \psi (P(\psi) \rightarrow \Delta(\psi, \chi)))$.

Ασκήσεις

1. Να εκφρασθούν συμβολικά οι ακόλουθες προτάσεις της φυσικής γλώσσας:
 - i. Κάθε ένας αγαπάει κάποιον αλλά δεν υπάρχει κάποιος που τον αγαπούν όλοι
 - ii. Ουδέν είναι λευκό ή μαύρο. Υπάρχουν μόνον γκρι πράγματα.
 - iii. Ο Θεός βοηθάει όποιον βοηθάει τον εαυτό του. (Benzamin Franklin)
 - iv. Δεν υπάρχει καλός πόλεμος ή όχι καλή ειρήνη. (Benzamin Franklin)
 - v. Κάποιο κορίτσι αυτού του τμήματος είναι ψηλότερο από όλα τα αγόρια του τμήματος.
 - vi. Για κάθε σώμα υπάρχει ένα σώμα μικρότερο του.

9. Παραδείγματα Τυποποίησης Προτάσεων της Φυσικής Γλώσσας και Επιχειρημάτων*

Στη συνέχεια παραθέτουμε ορισμένα παραδείγματα τυποποίησης προτάσεων της φυσικής γλώσσας.

1. «Κάθε αγαθό, εκτός των βιβλίων, έχει ΦΠΑ 18%».

«... είναι αγαθό»: A, «... είναι βιβλίο»: B, «... έχει ΦΠΑ 18%»: Γ. Παράφραση: «για κάθε τι, αν αυτό είναι αγαθό και δεν είναι βιβλίο, τότε αυτό έχει ΦΠΑ 18%».

Τύπος: $\forall x((A(x) \wedge \neg B(x)) \rightarrow \Gamma(x))$.

2. «Τα κρέατα και τα γαλακτοκομικά έχουν χοληστερίνη»,

«...είναι κρέας»: A, «... είναι γαλακτοκομικό»: B, «... έχει χοληστερίνη»: Γ.

Παράφραση: «για κάθε τι, αν αυτό είναι κρέας ή αυτό είναι γαλακτοκομικό, τότε αυτό έχει χοληστερίνη».

Τύπος: $\forall x((A(x) \vee B(x)) \rightarrow \Gamma(x))$.

3. «Κάθε φυσικός αριθμός που είναι πολλαπλάσιος του 4 είναι άρτιος».

«... είναι φυσικός»: A, «... είναι πολλαπλάσιος του 4»: B, «... είναι άρτιος»: Γ.

Παράφραση: «για κάθε τι, αν αυτό είναι φυσικός αριθμός και αυτό είναι πολλαπλάσιο του 4, τότε αυτό είναι άρτιος».

Τύπος: $\forall x((A(x) \wedge B(x)) \rightarrow \Gamma(x))$.

4. «Μερικά φυτά, αν είναι μονοετή, δεν παράγουν καρπούς».

«... είναι φυτό»: A, «... είναι μονοετές»: B, «... παράγει καρπούς»: Γ.

Παράφραση: «υπάρχει ένα τουλάχιστον πράγμα τέτοιο ώστε: αυτό είναι φυτό και, αν αυτό είναι μονοετές, τότε αυτό δεν παράγει καρπούς».

Τύπος: $\exists x(A(x) \wedge (B(x) \rightarrow \neg \Gamma(x)))$.

5. «Δεν υπάρχουν ιπτάμενοι δίσκοι»

«... είναι ιπτάμενος δίσκος»: A.

Παράφραση: «δεν υπάρχει πράγμα τέτοιο ώστε: αυτό είναι ιπτάμενος δίσκος».

Τύπος: $\neg \exists x A(x)$.

6. «Μερικά πράγματα δεν είναι ιπτάμενοι δίσκοι».

Τύπος: $\exists x \neg A(x)$.

7. «Κάθε τι έχει χρώμα και βάρος».

«... έχει χρώμα»: A, «... έχει βάρος»: B.

Παράφραση: για κάθε τι: αυτό έχει χρώμα και αυτό έχει βάρος» ή «κάθε τι έχει χρώμα και κάθε τι έχει βάρος».

Τύπος: $\forall x(A(x) \wedge B(x))$ ή ισοδυνάμως $\forall x(A(x) \wedge \forall \psi B(\psi))$.

8. «Μερικά πράγματα έχουν χρώμα ή βάρος».

Παράφραση: «υπάρχει πράγμα τέτοιο ώστε: αυτό έχει χρώμα ή αυτό έχει βάρος» ή «υπάρχει κάτι το οποίο έχει χρώμα ή υπάρχει κάτι το οποίο έχει βάρος».

Τύπος: $\exists x(A(x) \vee (B(x)))$ ή ισοδυνάμως $\exists x(A(x) \vee \exists \psi B(\psi))$.

9. «Κάθε τι έχει χρώμα ή βάρος».

Παράφραση: «για κάθε τι: αυτό έχει χρώμα ή αυτό έχει βάρος».

Τύπος: $\forall x(A(x) \vee (B(x)))$

10. «Κάθε τι έχει χρώμα ή κάθε τι έχει βάρος».

Τύπος: $\forall x(A(x) \vee \forall \psi B(\psi))$

11. «Κάτι έχει χρώμα και βάρος».

Παράφραση: «υπάρχει πράγμα τέτοιο ώστε: αυτό έχει χρώμα και αυτό έχει βάρος».

Τύπος: $\exists x(A(x) \wedge B(x))$.

12. «Κάτι έχει χρώμα και κάτι έχει βάρος».

Παράφραση: «υπάρχει κάτι το οποίο έχει χρώμα και υπάρχει κάτι το οποίο έχει βάρος».

Τύπος: $\exists x(A(x) \wedge \exists \psi B(\psi))$

Εδώ πρέπει να αναφέρουμε ότι οι τύποι

$\neg \exists x \phi$ και $\forall x \neg \phi$ (ϕ είναι τύπος με μια τουλάχιστον ελεύθερη εμφάνιση της μεταβλητής x) είναι ισοδύναμοι με την έννοια ότι μπορούμε να τοποθετούμε τον ένα στη θέση του άλλου.

Το ίδιο ισχύει και για τους τύπους $\neg \forall x \phi$ και $\exists x \neg \phi$.

Ανάλογα ισχύουν και για περισσότερες εμφανίσεις ποσοδεικτών.

Ασκήσεις

1. Να εκφραστούν συμβολικά τα ακόλουθα επιχειρήματα:

i. Κάθε τι είναι υλικό ή αφηρημένο.

Τα φαντάσματα δεν είναι υλικά.

Άρα τα φαντάσματα είναι αφηρημένα

ii. Κάθε τι ακριβό είναι πολύτιμο και σπάνιο.

Οτιδήποτε πολύτιμο είναι επιθυμητό.

Άρα, κάθε τι ακριβό ή πολύτιμο είναι επιθυμητό.

10. Απόδοση Σημασίας στους Τύπους*

Όπως έχουμε πει στα προηγούμενα, οι προτάσεις της φυσικής γλώσσας που συμβολίζονται με ποσοδείκτες παρουσιάζουν μια αβεβαιότητα σημασιολογικού χαρακτήρα. Όταν εκφέρουμε την ακόλουθη πρόταση της φυσικής γλώσσας.

«υπάρχει κάτι ευωδιαστό»

τι εννοούμε; Πού αναφέρεται η λέξη "κάτι"; Σε χημικές ενώσεις; Σε αρώματα; Σε άνθη; Σε οτιδήποτε υπάρχει στον κόσμο μας; Η αβεβαιότητα αυτή μας οδηγεί στο να βρούμε τρόπο καθορισμού της σημασίας των τύπων. Γι' αυτόν το λόγο καθορίζουμε το πού αναφέρεται η λέξη "κάτι". Με άλλα λόγια, αν έχουμε την πιο πάνω πρόταση της φυσικής γλώσσας σε συμβολική μορφή $\exists xA(x)$, καθορίζουμε τι μπορούμε να τοποθετούμε στη θέση της ατομικής μεταβλητής.

Για να γίνουν κατανοητά τα προηγούμενα ας δούμε το εξής παράδειγμα: Παίρνουμε τους τύπους

(1): $\forall x((A(x) \vee B(x)) \rightarrow \Gamma(x))$, (2): $\forall x\exists\psi\Gamma(x,\psi)$,
(3): $\exists x\forall\psi\neg\Gamma(\psi,x)$, (4): $\forall x(\Delta(x) \rightarrow \neg A(x))$, (5): $\Delta(\alpha)$, (6): $\Delta(\beta)$,
οι οποίοι κατασκευάζονται με τη βοήθεια των μονομελών
κατηγορηματικών συμβόλων A, B, Δ του διμελούς
κατηγορηματικού συμβόλου Γ , των μεταβλητών γ, ψ και
των σταθερών α, β . Προβαίνουμε σε δύο ερμηνείες των
πιο πάνω τύπων.

Ερμηνεία I

Το σύνολο αναφο-
ράς είναι οι πρό-
σκοποι Αντώνης,
Βασίλης, Γιώργος,
Δημήτρης, Ευάγγε-
λος, Ζαχαρίας, Θεό-
δωρος, οι οποίοι έ-
χουν κατασκευάσει
σε ένα δάσος. Ο Βασί-
λης, ο Δημήτρης και ο
Ζαχαρίας είναι οι
μάγειροι της κατά-
σκήνωσης. Οι Αντώ-
νης, Γιώργος, Ευάγγε-
λος και Ηλίας φυλά-
νε βάρδια τα βράδια
και οι Βασίλης, Δημή-
τρης, Ζαχαρίας, και
Θεόδωρος είναι συ-
ντηρητές της κατά-
σκήνωσης. Οι Αντώ-
νης, Γιώργος, Ευάγγε-
λος, Ηλίας είναι
συμμαθητές στη Γ'
γυμνασίου και οι

Ερμηνεία II

Το σύνολο ανα-
φοράς είναι τα
δέκα ψηφία, δη-
λαδή οι αριθμοί
0,1,2,3,4,5,6,7,8,9.

Βασίλης και Θεόδωρος είναι συμμαθητές στην Β' γυμνασίου.

Το Α ερμηνεύεται ως «... φυλάγει βάρδια».

Το Β ερμηνεύεται ως «... είναι συντηρητής».

Το Δ ερμηνεύεται ως «... είναι μάγειρος».

Το Γ ερμηνεύεται ως «ο... είναι συμμαθητής του...».

Το α ερμηνεύεται ως "ο Βασίλης" και το β ως "ο Θεόδωρος).

Τότε ο τύπος (1) ερμηνεύεται ως «κάθε κατασκηνωτής φυλάγει βάρδια ή είναι συντηρητής». Ο (2) ως «κάθε κατασκηνωτής έχει τουλάχιστον έναν κατάσκηνωτή ως συμμαθητή του». Ο (3) ως «υπάρχει κατάσκηνωτής που δεν έχει συμμαθητή στην κατάσκηνηση». Ο (4) ως «ουδείς μάγειρος φυλάγει βάρδια». Ο (5) ως «ο Βασίλης είναι μάγειρος» και ο (6) ως

Το Α ερμηνεύεται ως «... είναι άρτιος».

Το Β ερμηνεύεται ως «... είναι περιττός».

Το Δ ερμηνεύεται ως «... είναι πρώτος».

Το Γ ερμηνεύεται ως «.. διαιρεί τον...»

Το α ερμηνεύεται ως 2 και το β ως 4.

Τότε ο τύπος (1) ερμηνεύεται ως «κάθε ψηφίο είναι άρτιο ή περιττό» Ο (2) ως «κάθε ψηφίο διαιρεί ένα τουλάχιστον ψηφίο». Ο (3) ως «υπάρχει ψηφίο που δεν διαιρείται από οποιοδήποτε ψηφίο». Ο (4) ως «ουδέν πρώτο ψηφίο είναι άρτιο». Ο (5) ως «το 2 είναι πρώτος» και ο (6) ως «το 4 είναι πρώτος».

«ο Θεόδωρος είναι μάγειρος».

Παρατηρούμε ότι ο τύπος (1) ερμηνεύεται ως αληθής πρόταση και στις δύο περιπτώσεις. Και οι δύο ερμηνείες του (2) είναι ψευδείς. Η πρώτη ερμηνεία του (3) είναι αληθής, ενώ η δεύτερη ψευδής. (Τι συμβαίνει με τους υπόλοιπους τύπους;)

Με τον τρόπο που είδαμε πιο πάνω καθορίζουμε τη σημασία ενός τύπου ή μιας ομάδας τύπων. Για να γίνει αυτό πρέπει να έχουμε προσδιορίσει:

1. Ένα σύνολο αναφοράς (ή πεδίο ή σύμπαν), δηλαδή το σύνολο των ατομικότητων στο οποίο αναφέρονται οι μεταβλητές που υπάρχουν στους τύπους και

2. Μια αντιστοίχιση

(α) των κατηγορηματικών συμβόλων που υπάρχουν στους τύπους με συγκεκριμένα κατηγορήματα ή σχέσεις που αναφέρονται στα στοιχεία του συνόλου αναφοράς και

(β) των ατομικών σταθερών με συγκεκριμένα ονόματα στοιχείων του συνόλου αναφοράς.

Ο ιδανικός άντρας για τη Μαρία είναι ψηλός, μελαχρινός και ωραίος. Η Μαρία γνωρίζει τέσσερις άντρες, τον Αλέκο, το Βασίλη, το Γιώργο και το Δημήτρη, μόνο ένας από τους οποίους έχει όλα τα σωστά χαρακτηριστικά.

Γνωρίζοντας ότι:

(α) τρεις είναι ψηλοί, δυο μελαχρινοί, και μόνο ένας ωραίος

(β) καθένας από τους τέσσερις έχει τουλάχιστον ένα σωστό χαρακτηριστικό

(γ) ο Αλέκος και ο Βασίλης έχουν την ίδια φυσιογνωμία

(δ) ο Βασίλης και ο Γιώργος έχουν το ίδιο ύψος

(ε) ο Γιώργος και ο Δημήτρης δεν είναι ψηλοί,

να βρείτε ποιος από τους τέσσερις είναι ιδανικός για τη Μαρία.

Αν έχουμε τα πιο πάνω, τότε λέμε ότι έχουμε μια ερμηνεία του τύπου ή της ομάδας των τύπων.

Μια αποτίμηση των μεταβλητών (που υπάρχουν στους τύπους) σε σχέση με μια ερμηνεία είναι η αντιστοίχιση των μεταβλητών που υπάρχουν σε αυτούς με τα ονόματα συγκεκριμένων στοιχείων του συνόλου αναφοράς.

Μια ομάδα τύπων επιδέχεται οσοσδήποτε ερμηνείες και σε κάθε ερμηνεία μπορούμε να έχουμε πολλές αποτιμήσεις των μεταβλητών.

Είναι φανερό πως μόνον όταν ερμηνεύσουμε έναν τύπο παίρνουμε προτάσεις της φυσικής γλώσσας που έχουν καθορισμένη σημασία. Συνεπώς μόνον στο πλαίσιο μιας ερμηνείας μπορούμε να μιλάμε για αλήθεια ή ψεύδος σε σχέση με τους τύπους της κατηγορηματικής λογικής.

Όσα έχουμε πει στην προτασιακή λογική σχετικά με τα επιχειρήματα ισχύουν και στην κατηγορηματική λογική.

βεβαίως σε ένα σχήμα επιχειρήματος οι τύποι που το απαρτίζουν μπορεί να είναι και τύποι της κατηγορηματικής λογικής. Όπως είπαμε, η αλήθεια ή το ψεύδος εννοούνται μόνον στο πλαίσιο μιας ερμηνείας. Συνεπώς, μπορούμε να αναφερόμαστε στην εγκυρότητα ενός επιχειρήματος μόνον ως προς μια συγκεκριμένη ερμηνεία των τύπων του. Λέμε ότι ένα σχήμα επιχειρήματος είναι έγκυρο όταν και μόνον όταν είναι έγκυρο ως προς κάθε ερμηνεία των όρων του. Ανάλογες παρατηρήσεις μπορούμε να κάνουμε για την έννοια της απόδειξης.

Αν αντικαταστήσουμε τους τύπους ενός εγκύρου σχήματος επιχειρήματος του προτασιακού λογισμού με τύπους του κατηγορηματικού λογισμού το σχήμα επιχειρήματος που παίρνουμε είναι έγκυρο.

IV. Στοιχεία Πρακτικής Λογικής

1. Επιχείρημα και Επιχειρηματολογία

1.1. Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο του βιβλίου ασχολούμαστε με τη λογική από πρακτική σκοπιά. Δηλαδή, με το πώς μπορούμε στην καθημερινή μας ζωή, όταν συζητούμε με άλλους ή όταν θέλουμε να γράψουμε ένα κείμενο, να διατυπώνουμε με σωστό τρόπο τις ιδέες μας, να αιτιολογούμε αυτά που λέμε και να είμαστε σε θέση να διακρίνουμε ασυνέπειες ή λάθη σε αυτά που άλλοι λένε ή γράφουν.

Πολύ συχνά οι καθηγητές συμβουλεύουν τους μαθητές να αναπτύξουν κριτική σκέψη και να διατυπώνουν καθαρά και να αναλύουν σωστά τις ιδέες τους. Όταν κάποιος υποστηρίζει μια θέση που δε μας φαίνεται από πρώτη άποψη σωστή, μπορούμε εύλογα να τον ρωτήσουμε: «Τι λόγους έχεις για να πιστεύεις αυτό;» ή ακόμα, «Εξήγησέ μας γιατί αυτό είναι έτσι όπως το λες».

Ακόμα και όταν είμαστε βέβαιοι για τις πεποιθήσεις μας, πρέπει πάντα να είμαστε σε θέση να εξηγήσουμε τους λόγους για τους οποίους πιστεύουμε ότι αυτές είναι ορθές. Γιατί οι πεποιθήσεις μας δεν είναι πάντα σωστές, ούτε και οι άλλοι είναι πάντοτε διατεθειμένοι να αποδεχθούν αυτά που εμείς πιστεύουμε.

Βέβαια δεν είναι πάντοτε δυνατόν να μπορούμε να αιτιολογήσουμε τα πάντα. Μια συζήτηση ανάμεσα σε δύο ανθρώπους, τον Α και τον Β, μπορεί να είναι τελείως απότυχημένη, αν ο Β ρωτάει συνέχεια «γιατί» σε ό,τι λέει ο Α. Υπάρχουν πάντοτε κάποια πράγματα - κοινές εμπει-

ρίες, αποδεκτές αλήθειες κτλ- στα οποία δύο άνθρωποι συμφωνούν και πάνω σε αυτά μπορεί να στηριχθεί μια συζήτηση. Η άρνηση να δεχθούμε να συμφωνήσουμε με τον άλλο σε οτιδήποτε, μπορεί να οδηγήσει στην έλλειψη κάθε επικοινωνίας.

Μπορούμε να αιτιολογούμε και να εξηγούμε είτε τις πεπαιθώσεις μας είτε τις πράξεις μας. Ενδιαφερόμαστε τόσο για το πώς είναι τα πράγματα όσο και για το τι πρέπει να πράττουμε. Έτσι, η ανθρώπινη σκέψη μπορεί να είναι είτε θεωρητική είτε πρακτική, χωρίς να αποκλείεται να συμβαίνουν και τα δύο τα οποία δεν είναι πάντοτε ανεξάρτητα. Πολλές φορές οι πεπαιθώσεις μας είναι δυνατό να επηρεάσουν τις πράξεις μας, όπως είναι δυνατόν και το αντίστροφο.

Σε σχέση με τις πεπαιθώσεις μας μπορούμε να έχουμε γι' αυτές κίνητρα, λογικές αιτίες και αιτίες διαμόρφωσής τους. Σε αυτό το κεφάλαιο του βιβλίου θα ασχοληθούμε μόνο με τους λόγους των πεπαιθήσεών μας, γιατί αυτοί ανήκουν στη σφαίρα της λογικής. Όταν λέμε λογικές αιτίες ή λόγους μιας πεποίθησης, εννοούμε διατυπωμένες προτάσεις, από την αλήθεια των οποίων συνεπάγεται, είτε με βεβαιότητα είτε με πιθανότητα, η αλήθεια της πεποίθησής μας. Από την άλλη πλευρά τα κίνητρα και οι αιτίες μπορούν να ανήκουν στις σφαίρες της ηθικής ή της ψυχολογίας. Έτσι, το κίνητρο για μια πράξη μας μπορεί να είναι το πρακτικό μας όφελος. Ακόμα η διαμόρφωση πεπαιθήσεων μπορεί να οφείλεται σε ψυχολογικούς λόγους, όπως για παράδειγμα, η πίστη κάποιου ότι «Τα μαύρα σκυλιά είναι επικίνδυνα» μπορεί να οφείλεται σε φόβους ή περιστατικά της παιδικής του ηλικίας.

Για τις ανάγκες του κεφαλαίου αυτού μπορούμε να ονομάσουμε επιχείρημα «το σύνολο των λογικών αιτιών με τις οποίες υποστηρίζουμε μια πεποίθηση ή μια θέση». Αυτός είναι ένας πιο χαλαρός ορισμός από αυτόν που

είδαμε σε προηγούμενο κεφάλαιο, γιατί τώρα ενδιαφερόμαστε για το πρακτικό και μη τυπικό μέρος της λογικής. Έτσι, ένα επιχείρημα δεν είναι απλώς η διατύπωση κάποιων απόψεων. Με τα επιχειρήματα προσπαθούμε να υποστηρίξουμε κάποιες θέσεις ή να αντικρούσουμε άλλες. Λέγοντας επιχειρηματολογία, εννοούμε τη χρήση επιχειρημάτων στη διατύπωση των σκέψεών μας και στην υποστήριξη και θεμελίωση των πεποιθήσεών μας.

1.2. Η Αξία της Επιχειρηματολογίας

Η επιχειρηματολογία είναι ουσιαστικής σημασίας και για την ορθή διατύπωση των απόψεών μας και ως εργαλείο για κριτική σκέψη και αξιολόγηση των πεποιθήσεων άλλων ανθρώπων.

- Η χρήση επιχειρημάτων μας βοηθά να εκτιμήσουμε ποιες θέσεις είναι ορθότερες από άλλες ή πιο σημαντικές. Αυτή η εκτίμηση μπορεί να γίνει, όταν τα επιχειρήματα που στηρίζουν τη μια θέση είναι ισχυρότερα από αυτά που στηρίζουν την άλλη.

- Αναζητώντας λογικές αιτίες μπορούμε να απαλλαγούμε από προκαταλήψεις και από προκατασκευασμένες ιδέες.

- Στηρίζοντας τις θέσεις μας με ισχυρά επιχειρήματα κατορθώνουμε να δείξουμε στους άλλους την ορθότητα των πεποιθήσεών μας και να υπερασπίσουμε τις απόψεις μας από τυχόν αντιρρήσεις.

- Σχεδιάζοντας και διατυπώνοντας με λογική σειρά και καθαρότητα τις σκέψεις μας μπορούμε να αποφασίζουμε ποιες πληροφορίες είναι πράγματι χρήσιμες και πώς να τις χρησιμοποιούμε για την υποστήριξη των θέσεών μας.

- Η επιχειρηματολογία μας βοηθά να αναπτύξουμε την ικανότητα να προχωράμε πιο πέρα από τις πληροφορίες που έχουμε για κάτι, ώστε να βγάζουμε συμπεράσματα και να βλέπουμε ποιες συνέπειες μπορούμε να εξάγουμε από αυτά που άλλοι άνθρωποι λένε ή κάνουν.

- Διαμέσου της επιχειρηματολογίας μπορούμε να αναγνωρίσουμε αντιφάσεις ή ασυνέπειες - τόσο στις δικές μας πεποιθήσεις όσο και στις άλλων- και να προσπαθήσουμε να τις αποφύγουμε.

2. Είδη προτάσεων προκείμενες- συμπέρασμα

2.1. Προτάσεις

Όταν διατυπώνουμε είτε προφορικά είτε γραπτά τις σκέψεις μας, ο λόγος μας οργανώνεται σε προτάσεις. Μπορούμε να πούμε ότι μια πρόταση είναι ένα σύνολο λέξεων που έχει νόημα και τηρεί τους βασικούς κανόνες της γραμματικής. Για παράδειγμα, ο συνδυασμός των λέξεων «συμβούλους τους ο πρωθυπουργός του για συμβουλευτεί τις εκλογές» δεν είναι πρόταση. Είναι όμως πρόταση ο ακόλουθος συνδυασμός των ίδιων λέξεων: «Ο πρωθυπουργός συμβουλευτεί τους συμβούλους του για τις εκλογές». Είναι όμως δυνατό να έχουμε μια γραμματικά σωστή σειρά λέξεων που όμως να μην έχει νόημα και επομένως να μη θεωρείται πρόταση. Για παράδειγμα: «Η γλώσσα του δένδρου βλέπει τις ακτίνες του σκότους». βέβαια, μερικές φορές τέτοιου είδους εκφράσεις χρησιμοποιούνται στον ποιητικό λόγο.

Όπως ήδη έχουμε δει στο δεύτερο κεφάλαιο, οι προτάσεις είναι πολλών ειδών. Έχουμε αποφαντικές ή δηλωτικές προτάσεις, ερωτηματικές προτάσεις, προστακτικές προτάσεις, παρακλητικές προτάσεις κτλ. Από όλες αυτές τις προτάσεις η λογική ασχολείται μόνο με τις απόφαντικές ή δηλωτικές προτάσεις, που δηλώνουν γνώμες οι οποίες είναι δυνατόν να χαρακτηρισθούν ως αληθείς ή ψευδείς. Μια αποφαντική πρόταση μπορεί να είναι σύνθετη και να αποτελείται από πολλές απλές αποφαντικές προτάσεις. Για παράδειγμα, η πρόταση «όλοι χρησιμοποιούμε επιχειρήματα στην καθημερινή μας ζωή, αλλά οι περισσότεροι από εμάς δεν έχουν διδαχθεί λογική» αποτελείται από δύο απλές αποφαντικές προτάσεις που συνδέονται με τη λέξη "αλλά". Όταν επομένως επιχειρη-

ματολογούμε ή διατυπώνουμε επιχειρήματα, το βασικό κύτταρο του λογισμού μας είναι η απλή δηλωτική ή αποφαντική πρόταση. Από δω και πέρα όταν λέμε "πρόταση" εννοούμε την αποφαντική ή δηλωτική πρόταση, εκτός και αν υπάρχει ανάγκη διάκρισης.

Άσκηση 1

Αποφασίστε ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι δηλωτικές ή αποφαντικές και ποιες όχι. Μετά γράψτε τρία δικά σας παραδείγματα αποφαντικών προτάσεων και τρία άλλου είδους προτάσεων.

- A. Γιατί το έκανες αυτό;
- B. Υπάρχει ένα πράσινο βιβλίο πάνω στο τραπέζι.
- Γ. Με τιμά πολύ η παρουσία σας.
- Δ. Το ψωμί γίνεται από αλεύρι.
- E. Πρέπει να υπακούμε στους νόμους της χώρας μας.
- Z. Έλα δω γρήγορα.

Άσκηση 2

Εντοπίστε τις απλές απόφα- ντικές προτάσεις ανάμεσα στις παρακάτω:

- A. Όλα τα δέντρα έχουν πράσινα φύλλα και αυτό εδώ είναι ένα δε- ντρο.
- B. Τα ασημένια κοσμήματα είναι πολύ κοινά, γιατί το ασήμι είναι ένα σχετικά φτηνό μέταλλο και δουλεύεται πολύ εύκολα.
- Γ. Σήμερα έχει συννεφιά και είναι



Lowenheim

πιθανό να βρέξει.

Δ. Δεν είναι φανερό ότι οι καλές τέχνες είναι βασικό στοιχείο του πολιτισμού;

2.2. Προκείμενες και Συμπέρασμα

Σε κάθε επιχείρημα υποστηρίζουμε μια θέση με βάση κάποιους λόγους. Τις προτάσεις με τις οποίες διατυπώνουμε αυτούς τους λόγους τις ονομάζουμε προκείμενες και την πρόταση που υποστηρίζεται από τις προκείμενες την ονομάζουμε συμπέρασμα. Το μικρότερο δυνατό επιχείρημα αποτελείται από δύο αποφαντικές προτάσεις. Μία προκείμενη και ένα συμπέρασμα. Συνήθως όμως υπάρχουν περισσότερες από μία προκείμενες που υποστηρίζουν ένα συμπέρασμα. Μια βασική ικανότητα, που πρέπει να κατέχουμε για να μπορούμε να επιχειρηματολογούμε σωστά, είναι να έχουμε τη δυνατότητα να ξεχωρίζουμε σε κάθε περίπτωση ποιο είναι το συμπέρασμα και ποιες οι προκείμενες. Δεν υπάρχει τίποτε το ιδιαίτερο σε μια αποφαντική πρόταση που την κάνει να είναι προκείμενη ή συμπέρασμα. Τις διακρίνουμε μόνο χάρη στη διαφορετική λειτουργία που έχουν στο επιχείρημα. Η λειτουργία μιας πρότασης σε ένα επιχείρημα καθορίζεται από τις σχέσεις που έχει με τις άλλες προτάσεις.

Ας προσπαθήσουμε να διευκρινίσουμε αυτό το σημείο με ένα παράδειγμα. Έστω οι παρακάτω τρεις προτάσεις:

- Το αυτοκίνητο σου είναι βρώμικο.
- Οδήγησες το αυτοκίνητο μέσα από λάσπες.
- Το αυτοκίνητο σου χρειάζεται πλύσιμο.

Αν με [Π] και [Σ] σημειώνουμε την προκείμενη και το συμπέρασμα αντίστοιχα, μπορούμε να δούμε πώς οι παραπάνω προτάσεις μπορούν να έχουν διαφορετικούς ρόλους σε διαφορετικά επιχειρήματα.

- Το αυτοκίνητο σου είναι βρώμικο [Σ], γιατί οδήγησες το αυτοκίνητο μέσα από λάσπες [Π].

- Το αυτοκίνητο σου χρειάζεται πλύσιμο [Σ], επειδή το αυτοκίνητο σου είναι βρώμικο [Π].

Βλέπουμε ότι η ίδια πρόταση «το αυτοκίνητο σου είναι βρώμικο» χρησιμοποιείται τη μια φορά ως προκείμενη και την άλλη ως συμπέρασμα. Επομένως, μία πρόταση μπορεί να είναι σε ένα επιχείρημα είτε προκείμενη είτε συμπέρασμα, ανάλογα με τον τρόπο που συνδέεται με τις άλλες προτάσεις. Επίσης, σε σύνθετα επιχειρήματα, μια προκείμενη του βασικού συμπεράσματος μπορεί να είναι συμπέρασμα άλλων προκείμενων.

Στην πράξη, πολλές φορές είναι σχετικά εύκολο να διακρίνουμε προκείμενες από συμπεράσματα, γιατί συνήθως χρησιμοποιούμε μερικές χαρακτηριστικές λέξεις για να εισαγάγουμε τις προκείμενες ή τα συμπεράσματα. Λέξεις που δείχνουν την παρουσία κάποιου συμπεράσματος είναι οι εξής: "Επομένως", "άρα", "(δεν) πρέπει", "συνεπάγεται", "έτσι" κλπ. Από την άλλη, λέξεις όπως "γιατί", "επειδή", "εφόσον" κλπ. δείχνουν την παρουσία προκείμενων. Επομένως, όταν σε ένα κείμενο θέλουμε να διακρίνουμε τα επιχειρήματα, πρώτα ψάχνουμε να βρούμε λέξεις που να δηλώνουν την παρουσία συμπεράσματος ή προκείμενων. Αν δεν υπάρχουν τέτοιες λέξεις, τότε πρέπει να βρούμε τη σχέση των διαφόρων προτάσεων μέσα στο κείμενο, ώστε να διαπιστώσουμε αν κάποια πρόταση υποστηρίζεται από άλλες και επομένως είναι ένα συμπέρασμα. Αν δεν μπορούμε στο κείμενο μας να διακρίνουμε κάποιο συμπέρασμα τότε το κείμενο αυτό πιθανώς δεν περιέχει επιχείρημα.

Ας δούμε ένα παράδειγμα:

Οι άνθρωποι που κάνουν δίαιτα χάνουν βάρος. Ο Διονύσης δεν κάνει δίαιτα. Δε χάνει βάρος.

Σε αυτό το παράδειγμα δεν υπάρχει κάποια λέξη που να μας δηλώνει το συμπέρασμα. Από την άλλη είναι φανερό ότι οι τρεις προτάσεις έχουν κάποια σύνδεση μεταξύ τους και πρέπει να αποτελούν ένα επιχείρημα. Για να βρούμε το συμπέρασμα, πρέπει να δούμε ποια είναι η πρόταση στην οποία υπάρχει το βασικό σημείο του κειμένου. Φαίνεται ότι το βασικό σημείο είναι ότι "ο Διονύσης δεν κάνει δίαιτα". Τότε το επιχείρημα πρέπει να διατυπωθεί ως εξής:

Οι άνθρωποι που κάνουν δίαιτα χάνουν βάρος. Ο Διονύσης δε χάνει βάρος. Άρα, δεν κάνει δίαιτα.

Θα μπορούσε όμως κάποιος να θεωρήσει ότι το βασικό σημείο είναι ότι "ο Διονύσης δεν έχει χάσει βάρος". Τότε το επιχείρημα πρέπει να διατυπωθεί ως εξής:

Οι άνθρωποι που κάνουν δίαιτα χάνουν βάρος. Ο Διονύσης δεν κάνει δίαιτα. Άρα, δε χάνει βάρος.

Ποιος είναι ο πιο σωστός τρόπος να διαβάσουμε το κείμενο, αν θέλουμε να έχουμε ένα ορθό επιχείρημα; Παρ' όλο που από πρώτη άποψη δεν είναι εύκολο να αποφασίσουμε, τελικά πρέπει να δεχθούμε ότι το πρώτο επιχείρημα είναι το ορθό. Γιατί, αν ο Διονύσης δε χάνει βάρος, είναι βέβαιο -με βάση την πρώτη προκειμένη- ότι δεν κάνει δίαιτα. Αν όμως ο Διονύσης δεν κάνει δίαιτα δεν είναι αναγκαστικά βέβαιο ότι δε χάνει βάρος. Και τούτο, γιατί υπάρχουν και άλλες αιτίες που κάποιος είναι δυνατό να χάσει βάρος, όπως για παράδειγμα η αρρώστια.

Άσκηση 3

Για κάθε ένα από τα παρακάτω κείμενα να αποφασίσετε (α) αν περιέχουν κάποιο επιχείρημα, και αν ναι, τότε (β) να διακρίνετε ποιο είναι το συμπέρασμα.

Α. Κάθε καλοκαίρι έχουμε κύμα πυρκαγιών στη χώρα μας με μεγάλες καταστροφικές συνέπειες. Η κυβέρνηση πρέπει για φέτος να λάβει από νωρίς μέτρα.

Β. Οι πυρκαγιές είναι ένα συνηθισμένο φαινόμενο στις μεσογειακές χώρες. Η μεγάλη πλειοψηφία τους λαμβάνει χώρα κατά τη διάρκεια του καλοκαιριού και έχουν πολλαπλές καταστροφικές συνέπειες.

Γ. Επειδή τα τελευταία χρόνια δεν είχαμε πολλές βροχές και οι υδάτινοι πόροι μειώθηκαν αισθητά, η κυβέρνηση αποφάσισε να επιβάλει περιορισμούς στην ύδρευση.

Δ. Οι κυβερνητικές εκστρατείες κατά του καπνίσματος στηρίζονται στην άποψη ότι ο μεγαλύτερος κίνδυνος για την υγεία από το κάπνισμα είναι ο κίνδυνος του καρκίνου στον πνεύμονα. Αλλά αυτό δεν είναι σωστό. Είναι βέβαιο ότι οι βαρείς καπνιστές έχουν διπλάσιες πιθανότητες να πεθάνουν από καρδιακό νοσήματα, ενώ η πιθανότητά τους να πεθάνουν από καρκίνο του πνεύμονα δεκαπλασιάζεται. Αλλά πρέπει να σημειώσουμε ότι οι περιπτώσεις θανάτων από καρδιακά είναι κατά πολύ περισσότερες από αυτές του καρκίνου στον πνεύμονα. Έτσι, για κάθε καπνιστή που πεθαίνει από καρκίνο του πνεύμονα υπάρχουν τρεις που πεθαίνουν από καρδιά.

Ε. Στα πρόσφατα χρόνια η ζήτηση για εργαζομένους ειδικούς στους ηλεκτρονικούς υπολογιστές έχει αυξηθεί. Όλο και περισσότεροι σπουδαστές παίρνουν πτυχία σε αυτές τις ειδικότητες. Όμως πολλές εταιρίες θεωρούν ότι αυτοί οι πτυχιούχοι είναι ανεπαρκείς και χρειάζονται περισσότερη εξάσκηση.

Άσκηση 4

Στην άσκηση αυτή ζητείται να διαλέξετε τις προκείμενες που πράγματι υποστηρίζουν το δεδομένο συμπέρασμα. Δε χρειάζεται να ανησυχείτε κατά πόσο οι προκείμενες είναι αληθείς ή όχι. Η επιλογή σας να γίνει θεωρώντας ότι αν είναι αληθείς υποστηρίζουν το συμπέρασμα.

1. Συμπέρασμα: Οι δωρητές αίματος πρέπει να πληρώνονται.

(Α) Η υπηρεσία αιμοδοσίας έχει πολλά έξοδα και τα έσοδά της είναι περιορισμένα.

(Β) Υπάρχει έλλειψη δωρητών αίματος και η αμοιβή θα ενθαρρύνει πολλούς να γίνουν δωρητές.

(Γ) Οι άνθρωποι που δίνουν αίμα το κάνουν για να βοηθήσουν τους συνανθρώπους τους.

2. Συμπέρασμα: Η χορτοφαγική διαίτα είναι ευεργετική για την υγεία.

(Α) Η χορτοφαγία στερεί από τον οργανισμό ορισμένες σημαντικές βιταμίνες.

(Β) Η χορτοφαγία αποκλείει τα ζωικά λίπη που είναι βλαβερά.

(Γ) Η χορτοφαγία δεν εμπεριέχει το ψάρι και το λάδι που είναι ευεργετικά για την υγεία.

3. Συμπέρασμα: Η χορτοφαγία δεν είναι ευεργετική για την υγεία.

(Α) Η χορτοφαγία στερεί από τον οργανισμό ορισμένες σημαντικές βιταμίνες.

(Β) Η χορτοφαγία αποκλείει τα ζωικά λίπη που είναι βλαβερά.

(Γ) Η χορτοφαγία δεν εμπεριέχει το ψάρι και το λάδι που είναι ευεργετικά για την υγεία.

4. Συμπέρασμα: Όταν οι εργοδότες επιλέγουν προσωπικό, πρέπει να στηρίζουν την επιλογή τους στην προσωπικότητα των υποψηφίων και όχι στις ικανότητές

τους.

(Α) Με τα χρόνια οι προσωπικότητες αλλάζουν και οι ικανότητες εξαφανίζονται.

(Β) Οι ικανότητες εύκολα μπορούν να αποκτηθούν, ενώ οι προσωπικότητες είναι δύσκολο να αλλάξουν.

(Γ) Μερικές ικανότητες δεν μπορούν να αποκτηθούν από τον καθένα, ενώ ο καθένας μπορεί να αναπτύξει μια καλή προσωπικότητα.

2.3 Υποθετικές προτάσεις

Σε αρκετά επιχειρήματα χρησιμοποιούμε υποθετικές προτάσεις ως προκείμενες. Αυτές οι προτάσεις είναι δηλώσεις που αρχίζουν συνήθως με τη λέξη "αν" (ή όταν) και λένε ότι κάτι είναι αληθές ή θα συμβεί, στην περίπτωση που κάτι άλλο είναι αληθές ή συμβαίνει. Για παράδειγμα «αν διαβάζω χωρίς τα γυαλιά μου κουράζονται τα μάτια μου». Μια υποθετική πρόταση δηλώνει τη σύνδεση των δύο απλών προτάσεων από τις οποίες αποτελείται και όχι την αλήθεια ή το ψεύδος τους. Έτσι, την υποθετική πρόταση τη θεωρούμε ως μία ενότητα και επομένως ως μία προκείμενη στο επιχείρημα. Άρα δεν πρέπει να προσπαθούμε να τη χωρίσουμε σε δύο προκείμενες. Πολλές φορές μπερδεύουμε μια υποθετική πρόταση με ένα απλό επιχείρημα που αποτελείται από μια προκείμενη και ένα συμπέρασμα. Αυτό είναι κάτι που πρέπει να το αποφεύγουμε. Ας δούμε πάλι το παραπάνω παράδειγμα:

(Α) Αν διαβάζω χωρίς τα γυαλιά μου, κουράζονται τα μάτια μου.

(Β) Επειδή διαβάζω χωρίς τα γυαλιά μου, κουράζονται τα μάτια μου.

Η πρώτη πρόταση είναι υποθετική που λέει ότι αν συμβαίνει το ένα πράγμα τότε συμβαίνει και το άλλο. Δε μας λέει ότι πράγματι τώρα διαβάζω χωρίς τα γυαλιά

μου. Η δεύτερη είναι ένα επιχείρημα που αποτελείται από μια προκείμενη που λέει ότι πράγματι τώρα (ή πάντοτε, ή συνήθως) διαβάζω χωρίς τα γυαλιά μου και επομένως κουράζονται τα μάτια μου. Στην πραγματικότητα το (β) είναι ελλειπτικό επιχείρημα από το οποίο έχει παραλειφθεί μία προκείμενη η οποία είναι η υποθετική πρόταση(A). Η πλήρης διατύπωση του επιχειρήματος είναι η εξής:

Αν διαβάζω χωρίς τα γυαλιά μου κουράζονται τα μάτια μου (Π)

Διαβάζω χωρίς τα γυαλιά μου (Π)

Κουράζονται τα μάτια μου (Σ)

Άσκηση 5

Ποια από τα παρακάτω είναι υποθετικές προτάσεις και ποια ελλειπτικά επιχειρήματα. Να διατυπώσετε τα τελευταία στην πλήρη μορφή τους.

Α. Όταν τρώω πολύ, βαρυστομαχιάζω.

Β. Έπαιξα ποδόσφαιρο και κουράστηκα.

Γ. Η Μαρία θα αρχίσει δίαιτα, για να χάσει βάρος.

Δ. Όποιος μελετά σκληρά πετυχαίνει στις εξετάσεις.

3. Σύνδεση Προτάσεων σε ένα Επιχείρημα

Έχουμε δει πως κάποιες προτάσεις -οι προκείμενες- συνδέονται με μια άλλη πρόταση -το συμπέρασμα- υποστηρίζοντας το ή επεξηγώντας το. Τώρα θα δούμε πώς οι διάφορες προκείμενες συνδέονται σε ένα επιχείρημα για να υποστηρίξουν το συμπέρασμα.

3.1. Συνδεδεμένες Προκείμενες

Πολύ συχνά η αιτιολόγηση ενός συμπεράσματος περιέχει σύνθετες ιδέες. Έτσι, είναι πιθανό να χρειαστούν πολλές προκείμενες για να εκφράσουν όλες αυτές τις ιδέες, ώστε να υποστηριχθεί το συμπέρασμα. Συνήθως οι προκείμενες δεν είναι ανεξάρτητες προτάσεις, αλλά αιτιολογούν το συμπέρασμα διαμέσου της σύνδεσης μεταξύ τους και της κοινής τους δράσης. Οι προκείμενες αυτές, που σε συνδυασμό μεταξύ τους υποστηρίζουν το συμπέρασμα, λέγονται συνδεδεμένες προκείμενες.

Ας δούμε ένα παράδειγμα:

Α. Πρέπει να προστατεύσουμε το φυσικό περιβάλλον της Ελλάδας. (Σ)

Β. Το φυσικό περιβάλλον της Ελλάδας είναι πολύ ωραίο. (Π).

Γ. Ένα ωραίο φυσικό περιβάλλον είναι πηγή έλξης τουρισμού (Π)

Δ. Ο τουρισμός είναι βασικός παράγοντας της ελληνικής οικονομίας. (Π)

Ε. Κάτι που βοηθάει την οικονομία πρέπει να προστατευθεί (Π)



Hilbert

Σε αυτό το παράδειγμα βλέπουμε ότι καμιά από τις προκείμενες Β,Γ, Δ,Ε δεν υποστηρίζει από μόνη της το συμπέρασμα Α. Έτσι, η πρόταση ότι ο τουρισμός είναι σημαντικός παράγοντας της ελληνικής οικονομίας, με κανένα τρόπο δεν υποστηρίζει το συμπέρασμα. Αυτό γίνεται διαμέσου του συνδυασμού των τεσσάρων προκείμενων. Βλέπουμε ότι το συμπέρασμα

συνδέει δύο βασικές έννοιες, της «προστασίας» και του "φυσικού περιβάλλοντος". Η προκείμενη Β λέει ότι το "φυσικό περιβάλλον" της χώρας μας είναι "ωραίο". Η πρόταση Γ συνδέει το "ωραίο φυσικό περιβάλλον" με τον "τουρισμό". Η προκείμενη Δ έννοια "τουρισμός" με την "οικονομία", και η Ε την "οικονομία" με την ανάγκη "προστασίας". Βλέπουμε λοιπόν ότι η σύνδεση δύο εννοιών σε μια πρόταση, επεκτείνεται σε μια τρίτη έννοια με μια άλλη πρόταση και ούτω καθεξής, μέχρι να συνδεθούν οι έννοιες που υπάρχουν στο συμπέρασμα. Το επιχείρημα αυτό μας δίνει τον οικονο-μικό λόγο για τον οποίο πρέπει να προστατεύσουμε το φυσικό περιβάλλον. Φυσικά υπάρχουν και άλλοι λόγοι για την προστασία του περιβάλλοντος, οι οποίοι θα μπορούσαν να διατυπωθούν σε ανάλογα επιχειρήματα.

Άσκηση 1

Γράψτε επιχειρήματα που να χρησιμοποιούν συνδεδεμένες προκείμενες και να υποστηρίζουν τα παρακάτω συμπεράσματα.

Α. Η δωρεάν παιδεία ευνοεί την ανάπτυξη της οικονομίας.

Β. Όποιος θέλει την ειρήνη πρέπει να προετοιμάζεται για τον πόλεμο.

Γ. Η καταπολέμηση της ανεργίας βοηθάει στη μείωση της εγκληματικότητα

Ιστορία 7^η

Ο πιο μελετηρός μαθητής

Μόνο ένας από τους μαθητές Κώστα, Νίκο και Χάρη είναι μελετηρός. Ο Κώστας είπε τις εξής αληθείς προτάσεις:

α) Αν δεν είμαι εγώ μελετηρός, δεν θα περάσω στα

Μαθηματικά.

β) Αν είμαι εγώ μελετηρός, θα περάσω στην Πληροφορική. Ο Νίκος είπε τις εξής αληθείς προτάσεις:

γ) Αν δεν είμαι εγώ μελετηρός, δεν θα περάσω στην Πληροφορική.

δ) Αν είμαι εγώ μελετηρός θα περάσω στα Μαθηματικά. Τέλος, ο Χάρης είπε τις εξής αληθείς προτάσεις:

ε) Αν δεν είμαι εγώ μελετηρός, δεν θα περάσω στα Μαθηματικά.

στ) Αν είμαι εγώ μελετηρός θα περάσω στα Μαθηματικά. Με δεδομένα ότι

1) ο μελετηρός είναι ο μόνος μαθητής που θα περάσει στο ένα μάθημα και

2) ο μελετηρός είναι επίσης ο μόνος μαθητής που δεν θα περάσει στο ένα μάθημα, Βρείτε ποιος από τους τρεις είναι μελετηρός.

3.2. Μη Συνδεδεμένες Προκείμενες

Οι προκείμενες σε ένα επιχείρημα δεν είναι πάντοτε συνδεδεμένες. Τίποτα δε μας εμποδίζει να χρησιμοποιήσουμε ανεξάρτητες μεταξύ τους προκείμενες όπου κάθε μία προσφέρει ένα διαφορετικό λόγο για την υποστήριξη του συμπεράσματος. Ας δούμε το προηγούμενο παράδειγμα:

A. Πρέπει να προστατεύσουμε το φυσικό περιβάλλον της Ελλάδας. (Σ)

B. Η προστασία του περιβάλλοντος βελτιώνει την ποιότητα της ζωής. (Π)

Γ. Η προστασία του περιβάλλοντος βοηθά την οικονομία της χώρας. (Π)

Δ. Η προστασία του περιβάλλοντος διατηρεί την ποικιλία των οικοσυστημάτων. (Π).

Βλέπουμε ότι οι τρεις προκείμενες υποστηρίζουν το συμπέρασμα ανεξάρτητα η μία από την άλλη δίνοντας κάθε μια ένα διαφορετικό λόγο. Είναι εύκολο να βρούμε μη συνδεδεμένες προκείμενες επειδή μπορούμε γρήγορα να σκεφτούμε διαφορετικούς λόγους για το συμπέρασμά μας. Αλλά οι μη συνδεδεμένες προκείμενες που προκύπτουν με αυτό τον τρόπο δεν υποστηρίζουν ισχυρά το συμπέρασμα. Και τούτο, γιατί αυτό που νομίζουμε ότι είναι μια μη συνδεδεμένη προκείμενη στην πραγματικότητα είναι δύο ή περισσότερες συνδεδεμένες προκείμενες ορισμένες από τις οποίες σιωπηρά παραλείπονται. Έτσι, η προκείμενη Γ στο παράδειγμά μας, για να υποστηρίξει λογικά το συμπέρασμα, πρέπει να συνδυαστεί με την παρακάτω προκείμενη Ε η οποία έχει αποσιωπηθεί: «Η προστασία του περιβάλλοντος ευνοεί τον τουρισμό».

Άσκηση 2

Να βρείτε με ποιες άλλες προτάσεις θα μπορούσαν να συνδυαστούν οι προκείμενες Β και Δ του παραπάνω παραδείγματος, ώστε να υποστηρίξουν καλύτερα το συμπέρασμα Α.

3.3 Σχηματικός Τρόπος Παρουσίασης ενός Επιχειρήματος

Όταν γράφουμε ένα επιχειρήμα, είναι καλό να ξεχωρίζουμε το συμπέρασμα από τις προκείμενες, και ακόμα κάθε προκείμενη να διατυπώνεται ξεχωριστά σε διαφορετικές προτάσεις. Έτσι, μπορούμε να δούμε καλύτερα τη λογική σειρά με την οποία οι προκείμενες υποστηρίζουν το συμπέρασμα. Ακόμα και έτσι όμως, σε επιχειρήματα με πολλές προκείμενες είναι δύσκολο να διακρί-

νουμε τον τρόπο με τον οποίο συνδυαζόμενες οι προκείμενες υποστηρίζουν το συμπέρασμα. Αυτό το πρόβλημα μπορεί να λυθεί αν παραστήσουμε σχηματικά το επιχείρημα. Με αυτό τον τρόπο είμαστε ικανοί να διατυπώνουμε σαφέστερα και με τη σωστή λογική σειρά τις σκέψεις μας. Ας δούμε πάλι ένα παράδειγμα:

A. Πρέπει να προστατεύσουμε το φυσικό περιβάλλον της Ελλάδας. (Σ).

B. Η προστασία του περιβάλλοντος βελτιώνει την ποιότητα της ζωής. (Π)

Γ. Η προστασία του περιβάλλοντος βοηθά την οικονομία της χώρας. (Π)

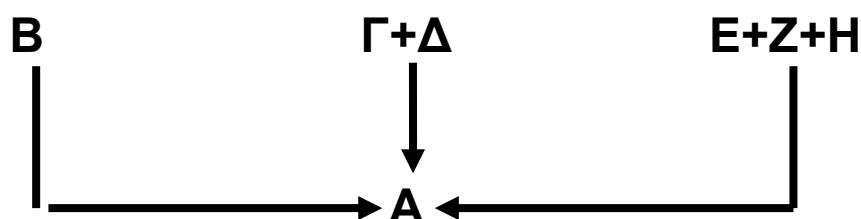
Δ. Η προστασία του περιβάλλοντος ευνοεί τον τουρισμό (Π)

E. Η προστασία του περιβάλλοντος διατηρεί την ποικιλία των οικοσυστημάτων. (Π)

Z. Όπου υπάρχει μεγαλύτερη ποικιλία έμβιας ζωής, εκεί έχουμε και σταθερότερα οικοσυστήματα. (Π)

H. Η καταστροφή της ισορροπίας των οικοσυστημάτων της γης θα κάνει δυσκολότερη ή και αδύνατη τη ζωή των ανθρώπων πάνω στη γη. (Π)

Σε αυτό το επιχείρημα, το συμπέρασμα υποστηρίζεται από έξι προκείμενες. Από αυτές, η προκείμενη β είναι μη συνδεδεμένη και οι άλλες πέντε συνδεδεμένες. Από αυτές οι Γ και Δ δίνουν από κοινού ένα λόγο για το συμπέρασμα και το ίδιο κάνουν από κοινού οι E, Z και H. Αυτό όμως δε φαίνεται αμέσως έτσι όπως είναι καταγραμμένες οι προκείμενες. Αν όμως παρουσιάσουμε το επιχείρημα σχηματικά, όπως παρακάτω, τότε καταλαβαίνουμε αμέσως τις σχέσεις ανάμεσα στις διάφορες προτάσεις:



Τώρα φαίνεται καθαρά ότι υπάρχουν τρεις λόγοι που δίδονται για το συμπέρασμα A και οι οποίοι εκφράζονται με έξι προκείμενες, καθώς και ποιες προκείμενες συνδυάζονται μεταξύ τους για να υποστηρίξουν το συμπέρασμα.

3.4. Σύνθετα Επιχειρήματα

Πολλές φορές σε ένα επιχείρημα μία (ή κάποιες) από τις προκείμενες δεν είναι βέβαιο ότι είναι αληθής και χρειάζεται ένα άλλο επιχείρημα που να την υποστηρίζει. Έτσι, η προκείμενη αυτή παρουσιάζεται ως ένα ενδιάμεσο συμπέρασμα ενός άλλου επιχειρήματος και το βασικό επιχείρημα υποστηρίζεται από ένα ή πολλά υποεπιχειρήματα. Αυτό μπορεί να συνεχιστεί και να έχουμε μια ολόκληρη σειρά από επιχειρήματα που το καθένα να υποστηρίζει προκείμενες του άλλου. Ας δούμε ένα παράδειγμα:

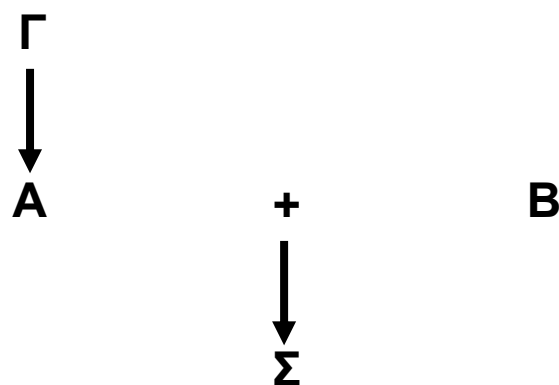
Η πλειοψηφία των μελλοντικών γονέων, κυρίως σε παραδοσιακές κοινωνίες, προτιμά να έχει αγόρια παρά κορίτσια. Έτσι, αν μπορούν οι γονείς να διαλέγουν το φύλο του παιδιού τους, τότε πιθανότατα θα υπάρξουν περισσότερα αγόρια από κορίτσια. Αυτή η πλειοψηφία των αρσενικών στο συνολικό πληθυσμό είναι λογικό να προκαλέσει σημαντικά κοινωνικά προβλήματα. Επομένως, θα πρέπει να αποθαρρύνουμε τη χρήση τεχνικών επιλογής φύλου.

Το κύριο συμπέρασμα [Σ] σε αυτό το επιχείρημα είναι το εξής: «Πρέπει να αποθαρρύνουμε τη χρήση τεχνικών επιλογής φύλου». Το συμπέρασμα αυτό υποστηρίζεται από δύο προκείμενες: «Αν μπορούν οι γονείς να διαλέγουν το φύλο του παιδιού τους, τότε πιθανότατα θα υπάρξουν περισσότερα αγόρια από κορίτσια» [A], και «η πλειοψηφία των αρσενικών στο συνολικό πληθυσμό

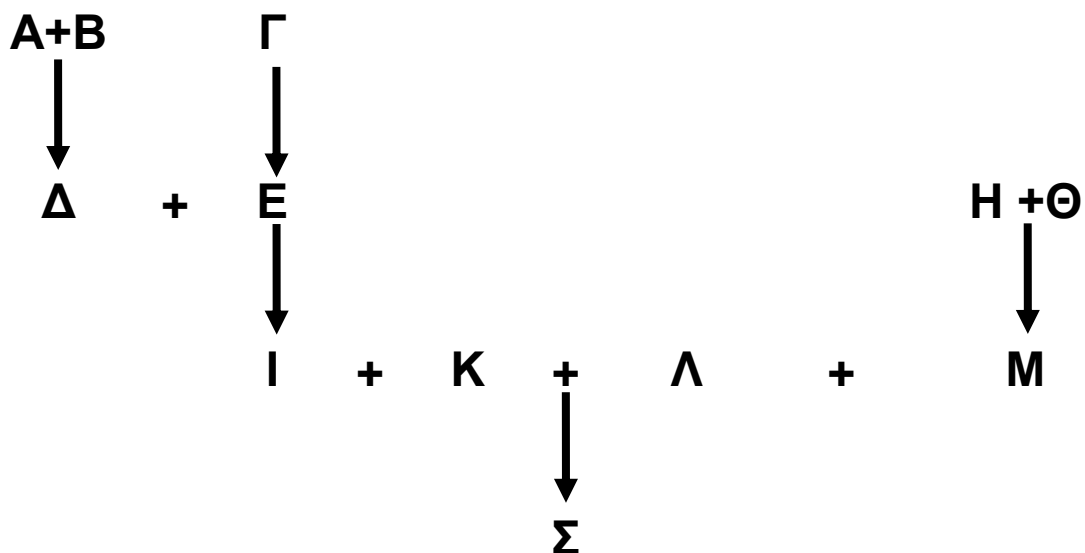
είναι λογικό να προκαλέσει σημαντικά κοινωνικά προβλήματα» [B].

Η πρώτη από τις δύο παραπάνω προκείμενες υποστηρίζεται από ένα επιχειρήμα με την εξής μία προκείμενη: «Η πλειοψηφία των μελλοντικών γονέων, κυρίως στις παραδοσιακές κοινωνίες, προτιμά να έχει αγόρια παρά κορίτσια» [Γ].

Μπορούμε να παραστήσουμε σχηματικά το επιχειρήμα ως εξής:



Φυσικά είναι δυνατό να έχουμε πολύ πιο πολύπλοκες περιπτώσεις, όπως η παρακάτω:



Άσκηση 3

Για κάθε ένα από τα παρακάτω επιχειρήματα, να διακρίνετε το κυρίως συμπέρασμα και τις προκείμενες, καθώς και αν υπάρχουν ενδιάμεσα συμπεράσματα. Να παρουσιάσετε με σχηματικό τρόπο τα επιχειρήματα.

A. Αυτοί που καπνίζουν σε δημόσιους χώρους επιβάλλουν στους άλλους να γίνονται παθητικοί καπνιστές.

Έτσι, οι καπνιστές θέτουν σε κίνδυνο την υγεία των μη καπνιστών, γιατί έχει αποδειχθεί ότι ακόμα και το παθητικό κάπνισμα προκαλεί καρκίνο. Πρέπει λοιπόν να απαγορευθεί το κάπνισμα σε δημόσιους χώρους.

B. Η δημοκρατικά εκλεγμένη κυβέρνηση ενός κράτους είναι αυτή που μπορεί καλύτερα να εξασφαλίσει τα συμφέροντα των πολιτών. Κάτι που είναι πολύ σημαντικό για το μέλλον μιας κοινωνίας πρέπει να ελέγχεται και να χρηματοδοτείται από την κυβέρνηση. Η παιδεία είναι κάτι το πολύ σημαντικό για το μέλλον της κοινωνίας. Πρέπει λοιπόν το εκπαιδευτικό μας σύστημα να ελέγχεται και να χρηματοδοτείται από την κυβέρνηση.

Γ. Τα τελευταία πέντε χρόνια υπάρχει σε εξέλιξη ένα εκτεταμένο πρόγραμμα σχολικού αθλητισμού που έχει αυξήσει κατά πολύ τον αριθμό των αθλητών. Έχουν βελτιωθεί πολύ οι αθλητικές εγκαταστάσεις και τα κίνητρα για όσους κάνουν πρωταθλητισμό, ώστε οι αθλητές μας να προετοιμάζονται καλύτερα και να έχουν μεγαλύτερες δυνατότητες για διεθνείς διακρίσεις. Άρα, οι έλληνες αθλητές είναι πιθανό να κερδίσουν περισσότερα μετάλλια στους επόμενους ολυμπιακούς αγώνες.

4. Είδη Απλών Επιχειρημάτων

4.1. Επιχείρημα Διαμέσου Παραδειγμάτων

Έχουμε ήδη δει ότι πολλά επιχειρήματα χρησιμοποιούνται ως προκείμενες γενικές προτάσεις που ισχύουν για μια ολόκληρη κατηγορία πραγμάτων, όπως «όλοι οι άνθρωποι είναι θνητοί», «σε παλαιότερες εποχές τα παιδιά συνήθιζαν να κάνουν το επάγγελμα των πατεράδων τους» κτλ. Πώς όμως φτάνουμε να διατυπώνουμε μια γενική πρόταση; Για να υποστηρίξουμε μια γενική πρόταση, χρησιμοποιούμε επιχειρήματα διαμέσου παραδειγμάτων που ονομάζονται και επαγωγικά. Η γενική μορφή ενός τέτοιου επιχειρήματος είναι η εξής:

Ειδικές περιπτώσεις x μιας γενικής κατηγορίας X δείχνουν μια κοινή ιδιότητα A . Άρα, γενικεύοντας, προσδοκούμε ότι και οι άλλες περιπτώσεις της κατηγορίας X θα έχουν την ιδιότητα A .

Ας δούμε ένα παράδειγμα: Έχουμε πλήθος πληροφοριών που αφορούν πολλές αρχαίες ελληνικές πόλεις, και που όλες πιστοποιούν ότι οι γυναίκες δεν είχαν πολιτικά δικαιώματα. Έτσι γενικεύουμε και λέμε ότι «στην αρχαία Ελλάδα οι γυναίκες δεν είχαν πολιτικά δικαιώματα».



Gödel

Η γενίκευση είναι μια αρκετά επικίνδυνη υπόθεση. Ποτέ δεν μπορούμε να είμαστε απολύτως βέβαιοι ότι όλες οι περιπτώσεις είναι έτσι, ακόμα και αν δε γνωρίζουμε καμιά περίπτωση στην οποία η γενική μας πρόταση να μην είναι αληθής. Σε σχέση με το προηγούμενο παράδειγμα, υποθέστε ότι μελλοντικές αρχαιολογικές ανακαλύψεις φέρνουν στο φως μια επιγραφή που πιστοποιεί ότι σε μια αρχαία ελληνική πόλη οι γυναίκες είχαν πολιτικά δικαιώματα. Αμέσως, η αλήθεια της παραπάνω γενικής πρότασης καταρρίπτεται. Όταν λοιπόν διατυπώνουμε γενικές προτάσεις, το πρώτο πράγμα που πρέπει να προσέχουμε είναι να μην είναι δυνατόν να βρούμε αντιπαραδείγματα, δηλαδή περιπτώσεις για τις οποίες η πρότασή μας δεν ισχύει. Επιπλέον τα παραδείγματα που θα φέρουμε για να υποστηρίξουμε τη γενική πρόταση πρέπει να είναι όσο το δυνατόν περισσότερα και αντιπροσωπευτικά.

Υποθέστε ότι πήγατε μια εκδρομή μερικών ημερών στη Γερμανία και στην επιστροφή σας δηλώσατε στους φίλους σας ότι «το γερμανικό φαγητό είναι απαίσιο». Το συμπέρασμα στο οποίο καταλήξατε από σχετικά λίγες εμπειρίες δεν είναι ισχυρό. Αν είχατε ζήσει στη Γερμανία για ένα μεγάλο χρονικό διάστημα και, επομένως, είχατε περισσότερες εμπειρίες από το γερμανικό φαγητό, τότε το συμπέρασμά σας θα ήταν ισχυρότερο και η αλήθεια του πιο πιθανή. Αλλά ακόμα και τότε έπρεπε οι εμπειρίες σας να είναι πιο αντιπροσωπευτικές. Γιατί μπορεί στην πόλη που εσείς μένατε το φαγητό να ήταν απαίσιο, αλλά άλλες περιοχές της Γερμανίας να είναι φημισμένες για το καλό φαγητό τους.

Σήμερα χρησιμοποιούμε πάρα πολύ τις στατιστικές, για να διατυπώσουμε κάποιες θέσεις. Σχεδόν καθημερινά μας πληροφορούν ότι η τάδε δημοσκόπηση έδειξε αυτό, η άλλη κάτι άλλο κτλ. Με τη στατιστική, αφού εξετάσουμε μια ολόκληρη σειρά περιπτώσεων, καταλήγουμε σε μια

γενική πρόταση. Δεν είναι όμως τα αποτελέσματα κάθε στατιστικής αξιόπιστα. Για να είναι τα αποτελέσματα μιας στατιστικής αξιόπιστα, πρέπει αυτή να γίνεται χωρίς προκατάληψη (σκεφθείτε τη στατιστική κάποιας καπνοβιομηχανίας που θέλει να δείξει ότι το κάπνισμα δεν είναι βλαβερό στην υγεία) και με βάση τους κανόνες αυτής της επιστήμης. Ας φέρουμε ένα άλλο παράδειγμα: Υποθέστε ότι στην πολυκατοικία που μένετε όλοι σχεδόν οι ένοικοι είναι διατεθειμένοι να ψηφίσουν τον κ. Χ για δήμαρχο της πόλης σας. Από αυτό γενικεύετε και λέτε ότι «είναι βέβαιο ότι ο κ. Χ θα βγει δήμαρχος». Το επιχείρημα αυτό είναι πολύ ασθενές για δύο λόγους. Πρώτα, γιατί ο αριθμός των ατόμων που γνωρίζετε ότι θα ψηφίσουν τον κ. Χ είναι πολύ μικρός στο σύνολο του πληθυσμού, και ακόμη γιατί το δείγμα των ατόμων δεν είναι αντιπροσωπευτικό επειδή προέρχεται μόνο από μια πολυκατοικία. Μια πιο σωστή γενίκευση θα ήταν η εξής: «Σε δείγμα 500 ατόμων επί πληθυσμού 10.000 ψηφοφόρων του Δήμου Α, όπου το δείγμα αυτό ήταν αντιπροσωπευτικό του συνολικού πληθυσμού σε σχέση με το φύλο, την περιοχή κατοικίας το επάγγελμα και την ηλικία, βρέθηκε ότι το 70% προτίθεται να ψηφίσει για δήμαρχο τον κ. Χ. Άρα, είναι σχεδόν βέβαιο ότι ο κ. Χ θα εκλεγεί δήμαρχος».

Οι γενικές προτάσεις, που κατά κανόνα προέρχονται από στατιστικές, πειράματα ή άλλα επιχειρήματα διαμέσου παραδειγμάτων είναι σημαντικό εργαλείο με την έννοια ότι μπορούν στη συνέχεια να χρησιμοποιηθούν ως προκείμενες σε επιχειρήματα.

Άσκηση 1

Να διαμορφώσετε επιχειρήματα διαμέσου παραδειγμάτων, για να υποστηρίξετε τα παρακάτω συμπεράσματα: (α) Η δουλεία ήταν ένας θεσμός καθολικά αποδεκτός στις

αρχαίες κοινωνίες.

(β) Ο υπουργός κ. Χ είναι ο δημοφιλέστερος Έλληνας πολιτικός,

(γ) Οι Άγγλοι είναι λαός προσκολλημένος στις παραδόσεις του.

4.2. Επιχείρημα Διαμέσου Αναλογίας

Στα επιχειρήματα διαμέσου αναλογίας αυτό που κάνουμε είναι να συμπεραίνουμε κάτι για μια ειδική περίπτωση από μια άλλη ειδική περίπτωση που έχει ίδια χαρακτηριστικά με τη δική μας. Ας δούμε ένα παράδειγμα:

Η καλή λειτουργία των μηχανών οφείλεται στο ότι τα διάφορα εξαρτήματά τους συνεργάζονται απόλυτα μεταξύ τους.

Οι υπάλληλοι μιας εταιρείας είναι όπως τα εξαρτήματα μιας μηχανής.

Άρα, για να λειτουργεί σωστά η εταιρεία πρέπει οι υπάλληλοι της να συνεργάζονται όσο το δυνατόν καλύτερα μεταξύ τους.

Βλέπουμε λοιπόν ότι ένα τυπικό επιχείρημα διαμέσου αναλογίας έχει δύο προκείμενες. Η μία μας λέει τι γίνεται σε μια ειδική περίπτωση ενός πράγματος (για παράδειγμα, μηχανές). Η άλλη δηλώνει την αναλογία ανάμεσα σε αυτό το πράγμα και κάποιο άλλο (για παράδειγμα, υπάλληλοι μιας εταιρείας). Φυσικά η πιο προβληματική πρόταση είναι αυτή που δηλώνει την αναλογία και κανονικά πρέπει να συνοδεύεται από ένα επιχείρημα που να την υποστηρίζει. Επιπλέον, η αναλογία πρέπει να αφορά στη συγκεκριμένη άποψη από την οποία βλέπουμε το συγκεκριμένο πράγμα. Για παράδειγμα:

Έστω ότι για να ανάψουμε φωτιά στο τζάκι χρησιμοποιούμε υγρή παραφίνη. Ας υποθέσουμε ότι κάποια μέρα μας τέλειωσε η υγρή παραφίνη και κάνουμε τον παρακάτω συλλογισμό:

Η υγρή παραφίνη με βοηθά να ανάψω το τζάκι.

Το οινόπνευμα είναι παρόμοιο με την υγρή παραφίνη (γιατί είναι και τα δύο εύφλεκτα).

Μπορώ να χρησιμοποιήσω οινόπνευμα για να ανάψω το τζάκι.

Η αναλογία εδώ είναι ισχυρή, γιατί πράγματι τα δύο πράγματα (υγρή παραφίνη και οινόπνευμα) είναι παρόμοια ως προς το συγκεκριμένο σκοπό για τον οποίο τα θέλουμε. Ας δούμε μια παραλλαγή του παραπάνω παραδείγματος:

Το (καθαρό) οινόπνευμα με βοηθά να ανάψω το τζάκι.

Το νερό είναι παρόμοιο με το οινόπνευμα (γιατί είναι και τα δύο διαφανή υγρά).

Άρα, μπορώ να χρησιμοποιήσω νερό για να ανάψω το τζάκι.

Το επιχείρημα αυτό δεν είναι ορθό, γιατί η ομοιότητα ανάμεσα στα δύο πράγματα αφορά σε χαρακτηριστικά τα οποία δεν είναι ουσιώδη για το σκοπό μας.

Άσκηση 2

Χρησιμοποιήστε τις παρακάτω αναλογίες, για να διατυπώσετε αναλογικά επιχειρήματα:

(α) Έμβιος οργανισμός - κοινωνία

(β) Κυβερνήτης πλοίου – πρωθυπουργός

(γ) Τυφλός - αμόρφωτος

(δ) Διαστημόπλοιο - πλανήτη γη

4.3. Επιχείρημα που χρησιμοποιεί Αιτία και Αποτέλεσμα

Η επιχειρηματολογία διαμέσου αιτιών είναι κάτι πολύ συνηθισμένο στην καθημερινή μας ζωή. Αν κάποιος σας ρωτήσει «γιατί πήγατε στον κινηματογράφο να δείτε αυτό το έργο;», πρέπει η απάντησή σας να εξηγήσει τους λόγους ή τις αιτίες που σας οδήγησαν να κάνετε τη συγκεκριμένη πράξη.

Έτσι, θα μπορούσατε να απαντήσετε «γιατί διάβασα μια καλή κριτική γι' αυτό το έργο» ή «γιατί μου το σύστησε ένας φίλος μου» κτλ. Άρα, βλέπουμε ότι υπάρχει σχέση αιτίας και αποτελέσματος ανάμεσα στις δύο προτάσεις.

Η προκείμενη μας δίνει την αιτία και το συμπέρασμα το αποτέλεσμα. Οι αιτίες εξηγούν γιατί ένα γεγονός συνέβηκε (ή συμβαίνει).

Οι αιτίες που εξηγούν φυσικά γεγονότα λέγονται φυσικές αιτίες και οι αιτίες που εξηγούν ανθρώπινες πράξεις (γεγονότα τα οποία οφείλονται στην ανθρώπινη δραστηριότητα και εξαρτώνται από την ανθρώπινη βούληση) λέγονται τελικές αιτίες. Για παράδειγμα, όταν λέμε ότι «είχαμε έκλειψη ηλίου, επειδή η σελήνη βρέθηκε ανάμεσα στη γη και στον ήλιο», προκείμενη («η σελήνη βρέθηκε...») είναι η φυσική αιτία για το συμπέρασμα («είχαμε έκλειψη ηλίου»). Από την άλλη, όταν λέμε ότι «ο Σωκράτης θανατώθηκε επειδή αρνήθηκε να δραπετεύσει από τη φυλακή», η αιτία είναι τελική γιατί σχετίζεται με τη βούληση του Σωκράτη.

Επιχειρήματα με αιτίες είναι πολύ συνηθισμένα στις κοινωνικές και φυσικές επιστήμες. Αρκετά συχνά γνωρίζουμε το αποτέλεσμα και ψάχνουμε να βρούμε ποιες αιτίες

προκάλεσαν το γεγονός αυτό. Έτσι, δίνουμε μια εξήγηση ή αιτιολόγηση γι' αυτό το γεγονός.

Όταν λέμε ότι το Α είναι αιτία του Β, εννοούμε όχι μόνο ότι το Α και το Β σχετίζονται κατά κάποιο τρόπο μεταξύ τους, αλλά ότι το Α είναι αυτό που προκαλεί το Β.

Υπάρχουν γεγονότα που σχετίζονται μεταξύ τους ή που όταν εμφανίζεται το ένα τότε εμφανίζεται και το άλλο, χωρίς το ένα να είναι αιτία του άλλου. Ας δούμε ένα παράδειγμα: «Ο κύριος Χ κάθε πρωί που πάει στο γραφείο του παραγγέλλει καφέ». Εδώ έχουμε δύο γεγονότα που σχετίζονται μεταξύ τους και που όταν συμβαίνει το ένα συμβαίνει και το άλλο. Είναι όμως λάθος να πούμε ότι η αιτία που ο κύριος Χ πηγαίνει στο γραφείο του είναι για να πιει καφέ. Η συσχέτιση ανάμεσα στα δύο γεγονότα είναι συμπτωματική. Έτσι, ένα επιχείρημα είναι πιο ισχυρό, όταν μαζί με τις αιτίες μας εξηγεί και με ποιο τρόπο η αιτία προκαλεί το αποτέλεσμα. Στο επιχείρημα «οι τροφές με πολλά λιπαρά είναι υπεύθυνες για μεγάλο αριθμό καρδιακών παθήσεων» η σύνδεση αιτίας – αποτελέσματος δεν είναι φανερή και εύλογα μπορεί να αμφισβητηθεί. Για να είναι ισχυρό, πρέπει να εξηγήσουμε πώς η αιτία προκαλεί το αποτέλεσμα και να το διατυπώσουμε ως εξής: «Οι τροφές με πολλά λιπαρά περιέχουν χοληστερίνη ή οποιαδήποτε έχει την τάση να παράγει θρόμβους στο αίμα. Γι' αυτό και είναι υπεύθυνες για μεγάλο αριθμό καρδιακών παθήσεων».

Τα περισσότερα γεγονότα έχουν πολλές αιτίες και όχι μόνο μία. Το να βρούμε λοιπόν μόνο μία από όλες τις πιθανές αιτίες δεν είναι αρκετό. Ακόμα μερικές αιτίες είναι πιο σημαντικές από άλλες. Πρέπει λοιπόν να είμαστε πολύ προσεκτικοί, να εξετάζουμε ένα γεγονός από όλες τις πιθανές απόψεις και να προσπαθούμε να εκτιμήσουμε τι είναι σημαντικό και τι όχι γι' αυτό που θέλουμε να δείξουμε ή να εξηγήσουμε. Για παράδειγμα, αν θέλουμε να εξηγήσουμε γιατί πολλοί νέοι σήμερα οδηγούνται στα

ναρκωτικά, πρέπει να είμαστε έτοιμοι να ψάξουμε για πολλές αιτίες, εξετάζοντας το θέμα μας από πολλές απόψεις. Έτσι, πρέπει να εξετάσουμε το θέμα μας από άποψη ψυχολογική, κοινωνική, από την πλευρά της οικογένειας, του σχολείου, της μελλοντικής δυνατότητας για εργασία, των διάφορων προτύπων και αξιών κτλ. Ανάλογα με την άποψη από την οποία εξετάζουμε το θέμα μας βρίσκουμε και διάφορες αιτίες, που άλλες είναι περισσότερο σημαντικές και άλλες όχι. Ένας κανόνας για να βρίσκουμε τις αιτίες γεγονότων είναι να ψάχνουμε για ομοιότητες ανάμεσα σε μια σειρά όμοιων περιπτώσεων.

Άσκηση 3

Να διατυπώσετε τις αιτίες των παρακάτω αποτελεσμάτων, εξηγώντας συγχρόνως και το πώς η αιτία συνδέεται με το αποτέλεσμα. Να έχετε υπόψη ότι συχνά είναι δυνατό να υπάρχουν πολλές αιτίες.

- (α) Το νερό βράζει στην κατσαρόλα.
- (β) Το ποσοστό θανάτων από τροχαία ατυχήματα είναι πολύ υψηλό στην Ελλάδα.
- (γ) Τα αγγλικά έχουν γίνει πλέον η διεθνής γλώσσα.

4.4. Παραγωγικά Επιχειρήματα

Τα επιχειρήματα που εξετάσαμε έως τώρα έχουν ένα σχετικά αβέβαιο και πιθανό κρατικό χαρακτήρα. Σπάνια είμαστε βέβαιοι ότι οι αναλογίες που χρησιμοποιούμε

είναι απόλυτα ακριβείς, ή ότι βρήκαμε όλες τις αιτίες ή ακόμα ότι τα παραδείγματά μας είναι αντιπροσωπευτικά και ότι δεν υπάρχουν αλλά παραδείγματα που έρχονται σε αντίθεση με το επιχείρημά μας. Στα παραγωγικά όμως επιχειρήματα, με τα οποία ασχοληθήκαμε στα προηγούμενα κεφάλαια, όταν αυτά έχουν σχηματιστεί σωστά και οι προκείμενες είναι αληθείς, τότε είναι βέβαιο ότι και το συμπέρασμα είναι αληθές. Έχουμε ήδη δει σε προηγούμενο κεφάλαιο το παρακάτω επιχείρημα (συλλογισμό):

Όλοι οι άνθρωποι είναι θνητοί

Ο Σωκράτης είναι άνθρωπος

Ο Σωκράτης είναι θνητός

Αν στο επιχείρημα αυτό οι προκείμενες είναι πράγματι αληθείς, τότε είναι απόλυτα βέβαιο ότι και το συμπέρασμα είναι αληθές. Και τούτο γιατί οι έννοιες "θνητός", "άνθρωπος" και "Σωκράτης" βρίσκονται σε τέτοια σχέση (κάθε μία υπάγεται στην προηγούμενή της) μεταξύ τους, ώστε να διασφαλίζεται ότι το συμπέρασμα πράγματι εξάγεται σωστά από τις προκείμενες. Έτσι, μπορούμε να πούμε ότι η μορφή ή το σχήμα του παραγωγικού επιχειρήματος μας εγγυάται τη σωστή εξαγωγή του συμπεράσματος. Ένα παραγωγικό επιχείρημα που έχει σωστή μορφή -ή είναι ορθά σχηματισμένο- λέγεται έγκυρο. Αν τώρα σε αυτό το επιχείρημα τυχαίνει και οι προκείμενές του να είναι αληθείς, τότε είναι αληθές και το συμπέρασμά του.

Μπορούμε λοιπόν να διακρίνουμε σχήματα ή μορφές έγκυρων παραγωγικών επιχειρημάτων. Το σχήμα του παραπάνω επιχειρήματος είναι το εξής:

Όλα τα X είναι Y

Το Z είναι Y

Άρα το Z είναι X

Στο δεύτερο κεφάλαιο είδαμε τα σημαντικότερα σχήματα έγκυρων παραγωγικών επιχειρημάτων (Modus Ponens, Modus Tollens, υποθετικός συλλογισμός, διαζευκτικός συλλογισμός, απαγωγή σε άτοπο κτλ.) Ας δούμε τους τύπους και από ένα παράδειγμα από τα πιο συνηθισμένα παραγωγικά επιχειρήματα, τον Modus Ponens και τον Modus Tollens:

• **Modus Ponens** Αν ρ, τότε σ
(νόμος αποσπάσεως) (Ισχύει) ρ
 Άρα (ισχύει) σ

Παράδειγμα:

Αν οι αθλητές μας προετοιμαστούν πολύ καλά για τους ολυμπιακούς αγώνες, τότε είναι πιθανό ότι θα κερδίσουν μετάλλια.

Οι αθλητές μας έχουν προετοιμαστεί πολύ καλά για τους ολυμπιακούς αγώνες.

Είναι πιθανό να κερδίσουν μετάλλια.

• **Modus Tollens** Αν ρ, τότε σ
(συλλογισμός (Ισχύει) όχι σ
αρνητικής μορφής)

Άρα (ισχύει) όχι ρ

Παράδειγμα

Αν κάποιος αθλείται, είναι υγιής.

Ο Πέτρος δεν είναι υγιής.

Ο Πέτρος δεν αθλείται.

Στα παραγωγικά επιχειρήματα (συλλογισμοί, modus ponens, modus tollens, κτλ.) πρέπει να είμαστε προσεκτικοί και να ακολουθούμε ακριβώς τον τύπο του έγκυρου επιχειρήματος. Για παράδειγμα:

ΟΧΙ

**Αν κάποιος αθλείται, είναι υγιής,
Ο Πέτρος είναι υγιής.**

Ο Πέτρος αθλείται

ΟΧΙ

Ο καλός μαθητής είναι εργατικός

Ο Νίκος δεν είναι καλός μαθητής

Ο Νίκος δεν είναι εργατικός

ΝΑΙ

**Αν κάποιος αθλείται, είναι υγιής.
Ο Πέτρος αθλείται.**

Ο Πέτρος είναι υγιής.

ΝΑΙ

Ο καλός μαθητής είναι εργατικός

Ο Νίκος δεν είναι εργατικός

Ο Νίκος δεν είναι καλός μαθητής

Κατά κανόνα, σε αυτούς τους τύπους των επιχειρημάτων χρησιμοποιούμε μια γενική πρόταση που μας λέει ότι ένα σύνολο περιπτώσεων χαρακτηρίζεται από την ιδιότητα Χ. Επομένως, αν μια ατομική περίπτωση ανήκει σε αυτό το σύνολο, τότε έχει την ιδιότητα Χ. Ο παραγωγικός τρόπος συλλογισμού είναι πολύ συνηθισμένος στις επιστήμες. Στην ιατρική, για παράδειγμα, ο γιατρός γνωρίζει ότι τα συμπτώματα της γρίπης είναι τα φ, χ, ψ, κτλ. Αν κάποιος ασθενής έχει αυτά τα συμπτώματα τότε ο



Quine

γιατρός αποφαινεται ότι έχει γρίπη και δίνει την κατάλληλη θεραπεία. Τα παραγωγικά επιχειρήματα είναι πολύ σημαντικά, γιατί, αν είναι έγκυρα (αν ακολουθήσουμε σωστά τους γνωστούς τύπους), γνωρίζουμε ότι η αλήθεια ή βεβαιότητα του συμπεράσματος εξαρτάται μόνο από την αλήθεια ή τη βεβαιότητα των προκείμενων και όχι αν ξεχάσαμε κάποια προκείμενη ή αν βρήκαμε όλες τις περιπτώσεις κτλ. Βέβαια στην κοινή γλώσσα και την

καθημερινή ζωή σπάνια είμαστε βέβαιοι για την αλήθεια των προκείμενων των επιχειρημάτων μας. Η αβεβαιότητα αυτή μεταφέρεται και στο συμπέρασμα. Παρ' όλα αυτά, όμως, όταν μπορούμε να βρούμε αξιόπιστες προκείμενες, τότε τα παραγωγικά επιχειρήματα είναι πολύ χρήσιμα. Ακόμα και όταν δεν έχουμε βέβαιες προκείμενες, η χρήση παραγωγικών επιχειρημάτων -σε σύνθετα κυρίως επιχειρήματα- είναι σημαντική, γιατί, αν κάποιο συμπέρασμα δεν φαίνεται σωστό, πρέπει να αναζητή-

σουμε το λάθος σε κάποια από τις αρχικές μόνο προκείμενες και όχι στον τύπο του επιχειρήματος ή σε όσες προέκυψαν ως συμπεράσματα προηγούμενων επιχειρημάτων. Επιπλέον, οι παραγωγικοί τύποι μας δίνουν έναν πολύ καλό τρόπο οργάνωσης της σκέψης μας σε ένα διάλογο με άλλους ή σε ένα κείμενο που γράφουμε.

Άσκηση 4

Ποια από τα παρακάτω επιχειρήματα είναι έγκυρα και ποια όχι; Διατυπώστε τα μη έγκυρα επιχειρήματα με τέτοιο τρόπο, ώστε να γίνουν έγκυρα.

(α) Αν κάποιος καπνίζει, κινδυνεύει από καρκίνο του πνεύμονα. Ο Γιάννης δεν καπνίζει. Άρα, δεν κινδυνεύει από καρκίνο του πνεύμονα.

(β) Όταν βρέχει, παίρνω την ομπρέλα μου. Πήρα μαζί μου την ομπρέλα μου. Άρα βρέχει.

(γ) Όταν βρέχει, υπάρχουν σύννεφα. Δεν υπάρχουν σύννεφα. Δεν βρέχει.

(δ) Όταν βρέχει, υπάρχουν σύννεφα. Υπάρχουν σύννεφα. Βρέχει.

(ε) Οι επιστήμονες χαίρουν εκτίμησης στην κοινωνία. Ο Κώστας χαίρει εκτίμησης στην κοινωνία. Ο Κώστας είναι επιστήμονας.

ζ) Όλοι οι αθλητές της ομάδας Χ προπονούνται καθημερινά. Μερικοί μαθητές του σχολείου μας ανήκουν στην ομάδα Χ. Άρα, μερικοί μαθητές του σχολείου μας προπονούνται καθημερινά.

(η) Μερικοί Έλληνες είναι αναλφάβητοι. Οι Πειραιώτες είναι Έλληνες. Άρα, μερικοί Πειραιώτες είναι αναλφάβητοι.

(θ) Κανείς Ιταλός δεν είναι Έλληνας. Μερικοί Λονδρέζοι είναι Έλληνες. Άρα, μερικοί Λονδρέζοι είναι Ιταλοί.

5. Μερικοί Τρόποι Ελέγχου των Προκείμενων

Υπάρχουν δύο τρόποι για να ανασκευάσουμε ένα επιχείρημα. Ο πρώτος είναι να δούμε αν το επιχείρημα είναι σωστά δομημένο και αν πράγματι το συμπέρασμα εξάγεται από τις προκείμενες. Για τα είδη και τους τύπους των επιχειρημάτων μιλήσαμε στα προηγούμενα. Ο δεύτερος τρόπος είναι να ελέγξουμε κατά πόσον οι προκείμενες μπορούν να θεωρηθούν αληθείς ή όχι. Σε αυτή την ενότητα θα δούμε μερικούς τρόπους, για να ελέγχουμε την αξιοπιστία των προκείμενων. Όπως ήδη είπαμε στην τρίτη ενότητα, πολλές φορές έχουμε σύνθετα επιχειρήματα όπου μια προκείμενη μπορεί να είναι συμπέρασμα ενός άλλου προηγούμενου επιχειρήματος. Πάντοτε όμως φθάνουμε σε ένα σημείο όπου κάποιες αρχικές προκείμενες τις λαμβάνουμε και τις δεχόμαστε χωρίς να υποστηρίζονται από κάποιο επιχείρημα. Οι δύο πιο συνηθισμένες κατηγορίες τέτοιων προτάσεων είναι οι εξής:

- (α) Προτάσεις από την εμπειρία μας, και
- (β) Προτάσεις που βασίζονται σε μια αυθεντία.

Ακόμα όμως και αυτές τις προτάσεις δεν τις δεχόμαστε άκριτα, αλλά πάντα προσπαθούμε, με άλλους τρόπους, να βεβαιωθούμε όσο είναι δυνατό για την αξιοπιστία τους.

5.1. Προτάσεις από την Εμπειρία

Αν κάποιος μας ρωτήσει «δες αν βράζει το νερό στο μάτι της κουζίνας» και εμείς απαντήσουμε «ναι! βράζει»,

τότε δεν είναι δυνατό στην απάντηση μας αυτή κάποιος να μας ρωτήσει «γιατί:». Η ερώτηση «γιατί;» δεν έχει νόημα, εκτός και αν μιλάμε στα πλαίσια της θεωρητικής φυσικής και ερευνάμε τις αιτίες του βρασμού. Η μόνη απάντηση σε μια τέτοια ερώτηση είναι «γιατί το είδα».

Άρα, για τέτοιου είδους προτάσεις, οι οποίες διατυπώνουν πράγματα που αντιληφθήκαμε με τις αισθήσεις μας, δεν μπορούμε να έχουμε επιχειρήματα. Αυτό όμως δε σημαίνει ότι αυτές τις προτάσεις πρέπει να τις θεωρούμε πάντοτε αληθείς. Κάποιος μπορεί να είναι συστηματικός ψεύτης. Ακόμη, πολλές φορές είναι δυνατόν οι αισθήσεις μας να μας παραπλανήσουν για διάφορους λόγους (είδαμε κάτι από μακριά, χωρίς καλό φωτισμό κτλ.)

Έτσι, για το ίδιο γεγονός είναι δυνατό να έχουμε από διαφορετικούς ανθρώπους διαφορετικές περιγραφές. Δεν έχουμε παρά να δούμε με ποιο τρόπο διάφορες εφημερίδες παρουσιάζουν το ίδιο γεγονός (για παράδειγμα, μια ενέργεια του πρωθυπουργού) τελείως διαφορετικά. Ή ακόμα στα δικαστήρια όπου διαφορετικοί μάρτυρες δίνουν τελείως αντίθετες απόψεις για το ίδιο γεγονός. Όπως ο δικαστής, έτσι και εμείς πρέπει να αξιολογούμε πόσο πιθανό είναι μια τέτοια πρόταση να είναι αληθινή. Άλλοι άνθρωποι είναι πιο αξιόπιστοι από άλλους, άλλοι πιο παρατηρητικοί, άλλοι έχουν κίνητρο να πούνε ψέμα κτλ.

Πρέπει λοιπόν, κάθε φορά που συναντούμε τέτοιες προτάσεις να εκτιμούμε τις πιθανότητες που έχουν να είναι αληθείς. Ή, αν έχουμε αντικρουόμενες μαρτυρίες για το ίδιο γεγονός, να αξιολογούμε ποια μαρτυρία είναι η πιο πιθανή. Για παράδειγμα, αν δέκα μάρτυρες είδαν το ληστή μιας τράπεζας και οι επτά λένε ότι ήταν ξανθός ενώ οι τρεις μελαχρινός, τότε μάλλον θα πρέπει να πιστέψουμε τη γνώμη των πολλών. Αν όμως, ανάμεσα στους τρεις μάρτυρες είναι και ο φύλακας της τράπεζας που η δουλειά του είναι να παρατηρεί τους πελάτες της

τράπεζας, τότε ίσως θα πρέπει να θεωρήσουμε ως πιο πιθανή τη δική του μαρτυρία.

Άσκηση 1

Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις θα θεωρούσατε ότι είναι γενικά αποδεκτές και δε χρειάζονται επιχείρημα να τις υποστηρίξει και γιατί;

(α) Η Ελλάδα είναι μια δημοκρατική χώρα.

(β) Η τηλεόραση ήρθε στην Ελλάδα στη δεκαετία του εξήντα.

(γ) Πρέπει να αυξήσουμε την παραγωγικότητα της οικονομίας μας.

(δ) Η πλειοψηφία των Ελλήνων είναι ορθόδοξοι χριστιανοί,

(ε) Ένα σπασμένο πόδι χρειάζεται άμεση ιατρική φροντίδα.

5.2. Προτάσεις που Στηρίζονται στην Αυθεντία.

Πολλές φορές δεχόμαστε χωρίς συζήτηση την αλήθεια αυτών που κάποιοι ειδικοί λένε. Αν, για παράδειγμα, η στατιστική υπηρεσία της Ελλάδας ανακοινώσει ότι ο πληθυσμός της χώρας μας είναι έντεκα εκατομμύρια, δεν έχουμε κανένα λόγο να το αμφισβητήσουμε. Στα βιβλία του σχολείου περιέχονται πλήθος πληροφορίες για γεγονότα που συνέβησαν στο παρελθόν, για πειράματα, στατιστικές κτλ. Όλα αυτά τα δεχόμαστε ως αληθινά στηριζόμενοι στην αυθεντία των συγγραφέων των βιβλίων μας και στις πηγές τους. Είναι όμως όλα αυτά πραγματικά

σωστά; Αν δούμε, για παράδειγμα, το τι λέμε εμείς και τι οι Τούρκοι στα σχολικά βιβλία για την ελληνική επανάσταση, θα διαπιστώσουμε ότι είναι τελείως διαφορετικά. Αυτό οφείλεται σε δύο λόγους. Πρώτο, στο ότι οι συγγραφείς των βιβλίων παρουσιάζουν μια εικόνα όσο γίνεται πιο ευνοϊκή για τη χώρα τους. Δεύτερο, γιατί οι έλληνες συγγραφείς στηρίζονται κατά κανόνα σε ελληνικές πηγές και μαρτυρίες (απομνημονεύματα αγωνιστών κτλ), ενώ οι τούρκοι σε αντίστοιχες τουρκικές και οι πηγές αυτές είναι συχνά μεροληπτικές.

Ιστορία 8^η

Σέρλοκ Χολμς

Ο Σέρλοκ Χολμς ρώτησε το βοηθό του τι μπορούσε να συμπεράνει από τα ακόλουθα γεγονότα, σε σχέση με μια ληστεία για την οποία υπάρχουν τρεις ύποπτοι οι Α, Β, Γ:

(α) αν ο Α είναι ένοχος και ο Β αθώος, τότε ο Γ είναι ένοχος

(β) ο Γ δε δουλεύει ποτέ μόνος.

(γ) ο Α ποτέ δε συνεργάζεται με το Γ

(δ) τουλάχιστον ένας από τους Α, Β, Γ είναι ένοχος και δεν ανακατεύτηκε στη ληστεία κανένας άλλος εκτός από τους Α, Β και Γ.

Ο βοηθός του έξυσε το κεφάλι του και είπε: Όχι πολλά κύριε. Εσείς μπορείτε να συμπεράνετε ποιοι είναι ένοχοι και ποιοι αθώοι; Όχι, είπε ο Σέρλοκ Χολμς, αλλά έχω αρκετές πληροφορίες για να καταδικάσω έναν από αυτούς.

Ποιος είναι κατ' ανάγκην ένοχος;

Στην ιστορία ειδικά είναι τεράστιας σημασίας η σωστή αξιολόγηση των πηγών μας. Μια μαρτυρία του τέταρτου π.Χ. αιώνα για το Σωκράτη είναι πιο σημαντική από μια άλλη του πρώτου μ.Χ. αιώνα. Ομοίως, σχετικά με τη διδα-

σκαλία του, οι μαρτυρίες του Πλάτωνα θεωρούνται πιο αξιόπιστες από αυτές του Ξενοφώντα, παρ' όλο που και οι δύο ήταν μαθητές του. Τούτο, γιατί ο Πλάτων ήταν και ο ίδιος μεγάλος φιλόσοφος και, άρα, είχε κατανοήσει καλύτερα τη διδασκαλία του Σωκράτη. Πέρα όμως από το πόσο αξιόπιστη είναι μια πηγή ή μαρτυρία, είναι πολύ σημαντικό να μπορούμε να διασταυρώσουμε τις πηγές μας. Δηλαδή να δούμε αν και άλλες μαρτυρίες συμφωνούν. Όσο περισσότερες και πιο έγκυρες μαρτυρίες έχουμε για ένα γεγονός, τόσο αυξάνεται η αξιοπιστία του ότι πράγματι είναι έτσι.

Σημαντική παρατήρηση

Κάθε φορά που αναφερόμαστε σε κάποια αυθεντία, πρέπει να παραπέμπουμε στην αντίστοιχη πηγή. Για παράδειγμα, σύμφωνα με τον Παπαρηγόπουλο, οι αιτίες των Περσικών πολέμων ήταν οι Α, Β, Γ. (βλέπε, Ιστορία του Ελληνικού Έθνους, Αθήνα 1874, τόμος ΙΙΙ, σελ. 34-40).

Άσκηση 2

Για κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις να βρείτε από μια κατάλληλη αυθεντία (πηγή) στην οποία θα αναφερθείτε για να την υποστηρίξετε.

(α) Η Ελλάδα έχει δημοκρατικό πολίτευμα.

(β) Η τηλεόραση ήρθε στην Ελλάδα στη δεκαετία του εξήντα.

(γ) Πρέπει να αυξήσουμε την παραγωγικότητα της οικονομίας μας.

(δ) Η πλειοψηφία των ελλήνων είναι ορθόδοξοι χριστιανοί.

(ε) Ένα σπασμένο πόδι χρειάζεται άμεση ιατρική φροντίδα.

6. Μερικοί Κανόνες για τη Σωστή Γραφή Επιχειρημάτων

Έχουμε ήδη πει πολλά για τα επιχειρήματα και τι πρέπει να προσέχουμε όταν επιχειρηματολογούμε ή όταν κρίνουμε τα επιχειρήματα άλλων.

Σε αυτή την ενότητα συνοψίζουμε τους βασικότερους κανόνες που πρέπει να ακολουθούμε για να διατυπώσουμε ένα σωστό επιχείρημα και δίνουμε έμφαση και σε μερικά άλλα σημεία που δεν εξετάσαμε αναλυτικά έως τώρα.

6.1. Βασικοί Κανόνες για τη Διατύπωση Σωστού Επιχειρήματος

(Α) Είτε γράφουμε ένα επιχείρημα είτε διαβάζουμε ένα κείμενο που περιέχει επιχειρήματα, το πρώτο πράγμα που ρωτάμε είναι «τι θέλω να αποδείξω;» (ή «τι θέλει να αποδείξει ο συγγραφέας;»), δηλαδή το συμπέρασμα του επιχειρήματος.

(Β) Να προσέχουμε να χρησιμοποιούμε καθαρή γλώσσα με σωστή σύνταξη. Να αποφεύγουμε μακρές περιόδους με πολλές υποτεταγμένες προτάσεις. Να χρησιμοποιούμε λέξεις κατανοητές και να αποφεύγουμε τους νεολογισμούς.

(Γ) Να παρουσιάζουμε τις σκέψεις μας με φυσικό τρόπο

και με λογική σειρά, ώστε κάθε πρόταση να έρχεται ως συνέπεια των προηγούμενων. Καλό είναι να χρησιμοποιούμε ένα πρόχειρο χαρτί και εκεί να προσπαθούμε να φτιάχνουμε ένα σχεδιάγραμμα της ροής των ιδεών μας και να διατυπώνουμε τα επιχειρήματά μας με σχηματική μορφή.

(Δ) Να κάνουμε σωστή επιλογή στις προκείμενες που θα υποστηρίξουν το συμπέρασμά μας. Να προσέχουμε οι προκείμενες να είναι όσο το δυνατόν πιο αξιόπιστες. Να προτιμούμε εξαρτημένες προκείμενες που υποστηρίζουν το συμπέρασμα σε συνδυασμό μεταξύ τους. Να προσέχουμε μήπως ξεχάσαμε κάποια προκείμενη και το επιχειρήματά μας είναι ελλιπτικό.

(Ε) Αν το συμπέρασμα μας πρέπει να υποστηριχθεί από πολλές απόψεις, να προσπαθούμε να διακρίνουμε όλες τις σκοπιές από τις οποίες μπορούμε να εξετάσουμε το θέμα μας και να ξεχωρίζουμε τα αντίστοιχα επιχειρήματα.

(Ζ) Να ελέγχουμε με κάθε τρόπο τις αρχικές μας προκείμενες. Είναι οι πηγές μας αξιόπιστες; Μην ξεχνάμε να αναφερόμαστε στις πηγές μας.

(Η) Να προσέχουμε ώστε οι λέξεις που χρησιμοποιούμε να έχουν πάντα την ίδια σημασία. Αν χρησιμοποιούμε λέξεις που έχουν πολλές σημασίες, να ξεκαθαρίζουμε με ποια σημασία τις χρησιμοποιούμε. Να ορίζουμε τεχνικούς όρους ή άλλες λέξεις, όταν είναι αναγκαίο.

(Θ) Σε κάθε επιχειρήμα που χρησιμοποιούμε, και ιδιαίτερα αν είναι παραγωγικό, να προσέχουμε αν είναι σωστά δομημένο, αν πράγματι το συμπέρασμα εξάγεται από τις προκείμενες και να προσπαθούμε να διακρίνουμε σε ποιο είδος επιχειρημάτων ανήκει.

(Ι) Να εξετάζουμε όλες τις τυχόν αντιρρήσεις που κάποιος θα μπορούσε να διατυπώσει για το επιχειρήματά μας. Να προσπαθούμε να τις αντικρούσουμε με άλλα επιχειρή-

ματα ή να βελτιώσουμε το επιχείρημα με τέτοιο τρόπο, ώστε να γίνει ανθεκτικό στις αντιρρήσεις αυτές.

6.2. Μερικά Άλλα Λάθη που Πρέπει να Αποφεύγουμε

Υπάρχουν μερικά λάθη που συχνά συναντάμε σε κείμενα. Αυτά τα λάθη πρέπει να είμαστε ικανοί να τα αναγνωρίζουμε και να τα αποφεύγουμε όταν εμείς γράφουμε ένα κείμενο.

(Α) Πολλές φορές αποφεύγουμε σε ένα επιχείρημα να διατυπώσουμε μια προκείμενη. Αυτό γίνεται είτε από απροσεξία και βιασύνη, είτε επειδή θεωρήσαμε την προκείμενη αυτή ως κάτι προφανές. Από τις πιο συνηθισμένες περιπτώσεις είναι να παραλείπουμε να ορίσουμε αμφισβητούμενους όρους καθώς και την υποθετική πρόταση στην περίπτωση του παραγωγικού επιχειρήματος του τύπου *modus ponens*. Έτσι λέμε: «βρέχει. Πήρα την ομπρέλα μου», ενώ το σωστό είναι:

Όταν βρέχει παίρνω την ομπρέλα μου.

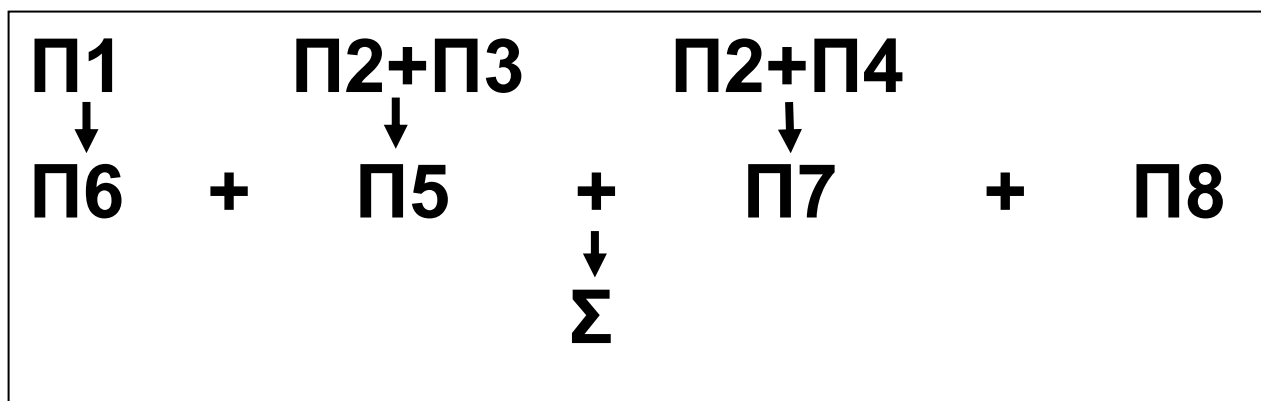
Βρέχει

Πήρα την ομπρέλα μου.

Ας δούμε τώρα ένα παράδειγμα πιο σύνθετο: Ο κλέφτης πρέπει να έφυγε από την έξοδο κινδύνου [Σ]. Δε βρίσκεται στο κτίριο τώρα [Π1], δεν τον είδανε να φεύγει [Π 2] και υπήρχαν φύλακες προσεκτικοί στις δύο εισόδους [Π3].

Στο παραπάνω επιχείρημα οι δυο προκείμενες δεν είναι αρκετές για να βγει το συμπέρασμα. Αυτό γίνεται, μόνο αν προστεθεί μια τέταρτη προκείμενη [Π4]: «Στην έξοδο κινδύνου δεν υπήρχε φύλακας». Αν όμως παρατηρήσουμε προσεκτικά το επιχείρημα, βλέπουμε ότι ακόμα

και έτσι είναι ελλειπτικό. Από τις προκείμενες Π2 και Π3 αυτό που εξάγεται είναι ότι «ο κλέφτης δεν έφυγε από τις δύο εισόδους» [Π5]. Από την Π1 βγαίνει το συμπέρασμα ότι «ο κλέφτης έφυγε από το κτίριο» [Π6]. Τώρα οι Π2 και Π4 βγάζουν το συμπέρασμα ότι «ο κλέφτης θα μπορούσε να βγει απαρατήρητος από την έξοδο κινδύνου» [Π7]. Και το συμπέρασμα Σ βγαίνει από τις Π6+Π5+Π7, αν προστεθεί μια ακόμα προκείμενη [Π8]: «Εκτός από τις εισόδους και την έξοδο κινδύνου δεν υπάρχει άλλος τρόπος διαφυγής». βλέπουμε λοιπόν πως σε ένα επιχείρημα που φαίνονταν απλό, μας λείπανε πέντε προκείμενες, οι τρεις από τις οποίες ήταν ενδιάμεσα συμπεράσματα από άλλες. Η σχηματική μορφή του πλήρους επιχειρήματος, όπως διαμορφώθηκε τώρα είναι η εξής:



Άσκηση 1

Για κάθε ένα από τα παρακάτω επιχειρήματα να εντοπίσετε τις προκείμενες (παραδοχές) που έχουν παραλειφθεί. Να διατυπώσετε τα επιχειρήματα σε σχηματική μορφή.

(α) Η αύξηση του αστικού πληθυσμού στην Ευρώπη έχει πιέσει τους αγρότες να αυξήσουν την παραγωγή τους. Αυτό έγινε με τη χρήση από μέρους τους μεγάλων μηχανμάτων εξοικονόμησης εργασίας, που είχε ως συνέπεια

περισσότεροι αγρότες να μεταφερθούν στις πόλεις. Έτσι, ο αγροτικός πληθυσμός, που παλιά ήταν η πλειοψηφία, τώρα είναι ένα μικρό ποσοστό του συνολικού πληθυσμού και έχει χάσει την πολιτική του δύναμη.

(β) Υπάρχει πολύ μεγαλύτερο ποσοστό καρδιακών προσβολών στους καπνιστές, παρά σε αυτούς που δεν καπνίζουν. Υποθέσανε ότι η αιτία της αρτηριοσκλήρωσης στους καπνιστές είναι η νικοτίνη. Σήμερα φαίνεται ότι η πραγματική αιτία είναι το μονοξείδιο του άνθρακα. Σε πειράματα, όπου ζώα εκτέθηκαν για πολλούς μήνες σε μονοξείδιο του άνθρακα, φάνηκαν αλλαγές στα τοιχώματα των αρτηριών τους παρόμοιες με αυτές της αρτηριοσκλήρωσης.

(γ) Ο άνθρωπος έχει σήμερα τη δύναμη να καταστρέψει ή να προστατέψει την άγρια φύση. Τα περισσότερα από τα φάρμακα που χρησιμοποιήθηκαν τα τελευταία πενήντα χρόνια προέρχονται από άγρια φυτά. Αν αυτά τα φυτά δεν υπήρχαν, η ιατρική δε θα είχε προοδεύσει τόσο πολύ και πολλές ανθρώπινες ζωές θα είχαν χαθεί. Είναι, επομένως, σημαντικό για το μέλλον της ιατρικής η διατήρηση της άγριας φύσης.

(B) Παρ' όλο που οι περισσότερες λέξεις που χρησιμοποιούμε στο λόγο μας έχουν σαφή σημασία, υπάρχουν και άλλες που, αν δεν διευκρινίσουμε με ποιο τρόπο τις χρησιμοποιούμε, είναι δυνατό να έχουμε παρερμηνείες. Για παράδειγμα, όταν μιλάμε για "οικονομική πρόοδο", άλλοι μπορεί να εννοούν «την αύξηση του εισοδήματος του μέσου εργαζόμενου» και άλλοι «την αύξηση των κερδών των μεγάλων επιχειρήσεων». Πρέπει λοιπόν να αποφεύγουμε να χρησιμοποιούμε την ίδια λέξη με δύο διαφορετικές σημασίες στο ίδιο κείμενο και να ξεκαθαρίζουμε κάθε φορά με ποια σημασία χρησιμοποιούμε τέτοιες έννοιες.

(Γ) Πρέπει να προσέχουμε να μη χρησιμοποιούμε ασυνείδητα κάποια παραλλαγή του συμπεράσματος, για να υποστηρίξουμε το συμπέρασμα:

Για παράδειγμα: «Ο Θεός υπάρχει, γιατί το γράφει η βίβλος που λέει πάντα αλήθεια, επειδή είναι ένα θεόπνευστο έργο». Το επιχείρημα αυτό είναι λανθασμένο, γιατί μια προκείμενη «η βίβλος είναι ένα θεόπνευστο έργο» προϋποθέτει το συμπέρασμα μας. Δηλαδή, για να είναι η βίβλος θεόπνευστη, πρέπει να υπάρχει Θεός. Άρα χρησιμοποιήσαμε την «ύπαρξη του Θεού», για να αποδείξουμε την «ύπαρξη του Θεού». Το λογικό αυτό σφάλμα το ονομάζουμε και λήψη του ζητουμένου.



Lowenheim

(Δ) Να προσέχουμε να μη βγάζουμε συμπεράσματα χρησιμοποιώντας την αιτιολογία της άγνοιας. Ας δούμε πάλι ένα παράδειγμα: «Μερικοί ισχυρίζονται ότι στην Ιαπωνία γίνονται βασανιστήρια. Αλλά εγώ δε γνωρίζω στοιχεία που να επιβεβαιώνουν ότι στην Ιαπωνία γίνονται βασανιστήρια. Άρα αυτοί που το ισχυρίζονται ψεύδονται. Επομένως, στην Ιαπωνία δεν γίνονται βασανιστήρια». Το συμπέρασμά μας δεν είναι ισχυρό, γιατί το ότι δε γνωρίζω κάτι δεν μπορεί να θεμελιώσει ένα συμπέρασμα, είτε υπέρ είτε κατά.

Σκεφθείτε τη Γερμανία του Χίτλερ. Οι περισσότεροι Γερμανοί δε γνώριζαν ότι υπήρχαν στρατόπεδα συγκεντρώσεως. Αυτό όμως δε σημαίνει ότι δεν υπήρχαν. Για

να είναι ισχυρό το επιχείρημα, πρέπει να πούμε: «Αλλά παρά τη συστηματική έρευνα που έγινε από αντικειμενικούς διεθνείς οργανισμούς σε όλη την Ιαπωνία, δε βρέθηκαν στοιχεία ούτε υπήρξαν μαρτυρίες για βασανιστήρια».

(Ε) Ένα ακόμα σημείο που πρέπει να προσέχουμε, είναι στις περιπτώσεις όπου έχουμε ένα σύνολο και τα μέρη ή τα στοιχεία από τα οποία αποτελείται (για παράδειγμα, μια ποδοσφαιρική ομάδα και οι παίκτες από τους οποίους αποτελείται, το πλήρωμα ενός πλοίου και οι ναύτες που το αποτελούν κτλ.)

Στις περιπτώσεις αυτές δεν είναι βέβαιο ότι τις ιδιότητες που έχει το σύνολο τις έχουν και τα μέρη του, ή και το αντίστροφο. Τούτο συμβαίνει γιατί, πολλές φορές, το σύνολο είναι κάτι περισσότερο από το άθροισμα των μερών του. Έτσι, έντεκα καλοί ποδοσφαιριστές δεν είναι βέβαιο ότι φτιάχνουν και μια καλή ομάδα (μπορεί να μη συνεργάζονται μεταξύ τους, να μην ακούνε τον προπονητή κτλ.). Ομοίως πάλι σε μια καλή ομάδα μπορεί μόνο οι μισοί παίκτες να είναι πραγματικά καλοί.

Άσκηση 2

Να εντοπίσετε τα σφάλματα στα παρακάτω επιχειρήματα:

(α) Έχουν διασωθεί πολλά αρχαία ιατρικά κείμενα. Σε κανένα από αυτά δεν αναφέρονται περιπτώσεις καρκίνου. Φαίνεται λοιπόν ότι η ασθένεια του καρκίνου δεν υπήρχε κατά την αρχαία εποχή.

(β) Η καλύτερη ομάδα μπάσκετ θα μπορούσε να γίνει, αν πάρουμε τους καλύτερους παίκτες από όλες τις ομάδες και φτιάξουμε μια καινούρια.

(γ) Οι έφηβοι συχνά πάσχουν από αναιμία. Αντίθετα όμως από ότι πολλές φορές έχει θεωρηθεί, αυτό δεν οφείλεται στην έλλειψη σιδήρου στη δίαιτά τους, αλλά η έλλειψη αυτή είναι ένα φυσιολογικό χαρακτηριστικό της ηλικίας αυτής, η οποία έχει μεγαλύτερες ανάγκες σιδήρου από ότι οι άλλοι άνθρωποι,

(δ) Οι νέοι σήμερα έχουν καλύτερη εκπαίδευση από ότι οι παππούδες τους. Ο Βασίλης, που είναι νέος, έχει πάρει καλύτερη εκπαίδευση από τον παππού του.

(ε) Ο μάρτυρας είπε ότι είδε τον Χ κοντά στο κτίριο την ώρα που άρχισε η φωτιά. Αλλά γνωρίζουμε ότι ο μάρτυρας είχε παλαιότερα διαμάχη με τον Χ. Άρα, η μαρτυρία του είναι αναξιόπιστη και ο Χ δεν είναι ένοχος.

(ζ) Υπάρχει ελευθερία βούλησης στους ανθρώπους. Γιατί οι πράξεις μας εξαρτώνται από τη βούλησή μας και σε κάθε περίπτωση είμαστε υπεύθυνοι των πράξεών μας.

(η) Η δημοκρατία είναι το καλύτερο πολίτευμα, γιατί μόνο σε αυτό οι πολίτες αποφασίζουν για όλα τα σημαντικά προβλήματα. Οι βρετανοί θεωρούν ότι έχουν δημοκρατία και ότι αυτό είναι το καλύτερο πολίτευμα, γιατί έχει την έγκριση της μεγάλης πλειοψηφίας του λαού. Αυτό όμως είναι λάθος. Στη δημοκρατία της Βρετανίας οι πολίτες εκλέγουν κάθε τέσσερα χρόνια τους αντιπροσώπους τους που θα τους κυβερνήσουν. Σε αυτό το διάστημα η κυβέρνηση παίρνει όλες τις σημαντικές αποφάσεις για τον τόπο. Άρα, δεν αποφασίζουν οι πολίτες. Άρα η Βρετανία δεν είναι δημοκρατία και δεν έχει το καλύτερο πολίτευμα.

6.3. Πώς Γράφουμε ένα Κείμενο

Αυτό που πρέπει πρώτα από όλα να συνειδητοποιήσουμε είναι ότι, όταν γράφουμε ένα κείμενο, δεν γράφουμε για τους εαυτούς μας. Πρόκειται να το διαβάσουν άλλοι. Πρέπει λοιπόν κάθε φορά να ρωτάμε: «Είναι κατανοητά από τους άλλους αυτά που γράφουμε;». Επιπλέον, πρέπει να γράφουμε με διαφορετικό τρόπο, ανάλογα με το κοινό στο οποίο απευθυνόμαστε. Απευθυνόμαστε σε μαθητές, φοιτητές, επιστήμονες, το μέσο άνθρωπο; Σε κάθε περίπτωση οι πληροφορίες που χρησιμοποιούμε και ο τρόπος ανάπτυξης του θέματος πρέπει να προσαρμόζεται στις γνώσεις και τις ικανότητες του αντίστοιχου κοινού.

Συνήθως, όταν γράφουμε ένα κείμενο, ο στόχος μας είναι είτε να εξετάσουμε ένα θέμα είτε να υποστηρίξουμε μια θέση είτε να εξηγήσουμε ένα φαινόμενο. Πολλές φορές όλα αυτά πηγαίνουμε μαζί. Έτσι, για παράδειγμα, αν το πρόβλημά μας είναι οι Ολυμπιακοί αγώνες, τότε πρέπει να εξετάσουμε το θέμα από όλες τις απόψεις, να δούμε τι πράγματι είναι σήμερα οι Ολυμπιακοί αγώνες, να δούμε τις αιτίες που οι αγώνες διαμορφώθηκαν με αυτό τον τρόπο και ποιους σκοπούς εξυπηρετούν. Κατόπιν μπορούμε, με βάση κάποιες αρχές, να κάνουμε κριτική στο θεσμό, να εκφράσουμε θέσεις υπέρ ή κατά, από διάφορες απόψεις, και να υποστηρίξουμε αυτές τις θέσεις με επιχειρήματα που θα αντλούν προκείμενες από την προηγούμενη εξέταση. Βλέπουμε λοιπόν ότι η γραφή ενός επιχειρηματολογικού κειμένου είναι μια αρκετά σύνθετη δραστηριότητα.

Εκείνο που είναι το πιο σημαντικό, όταν ξεκινάμε να γράψουμε κάτι, είναι να μπορούμε να διατυπώσουμε ακριβώς και με σαφήνεια, ποιο είναι αυτό που θέλουμε να υποστηρίξουμε, δηλαδή το τελικό συμπέρασμα της επιχειρηματολογίας μας. Στο συμπέρασμα αυτό υπάρχουν κάποιοι όροι (κοινωνία, φιλία, περιβάλλον, υγεία, οικογένεια, οικονομική ανάπτυξη, δίκαιο κτλ.), τους οποίους πρέπει ίσως να ορίσουμε, δηλαδή να εξηγήσουμε τι σημαίνουν και με ποιο τρόπο τους χρησιμοποιούμε.

Κατόπιν, πρέπει να σκεφθούμε τους λόγους με τους οποίους θα υποστηρίξουμε το συμπέρασμα. Ένα συμπέρασμα, συνήθως, μπορεί να εξετασθεί και να υποστηριχθεί από πολλές απόψεις, από κοινωνική, από οικονομική, από πολιτισμική κτλ. Άρα, είναι δυνατό να έχουμε πολλά επιχειρήματα που υποστηρίζουν τη θέση μας. Πρέπει λοιπόν να ξεχωρίσουμε αυτά τα επιχειρήματα και να τα διατυπώσουμε σαφώς, βρίσκοντας τις προκείμενές τους. Για ευκολία ίσως πρέπει να αριθμήσουμε τα επιχειρήματα και να συμβολίσουμε με γράμματα τις προτάσεις σε κάθε επιχείρημα.

Καλό είναι κατόπιν να φτιάξουμε στο πρόχειρο ένα διάγραμμα στο οποίο να φαίνονται οι σχέσεις μεταξύ των προτάσεων και πώς τα διάφορα επιχειρήματα συνδέονται μεταξύ τους και υποστηρίζουν το συμπέρασμα.

Ας σταματήσουμε και ας σκεφθούμε. Μήπως παραλείψαμε κάποιες προκείμενες; Μήπως κάποιες προκείμενες δεν είναι βέβαιες και πρέπει να τις υποστηρίξουμε με κάποιο άλλο επιχείρημα; Πράγματι εξάγεται σωστά το συμπέρασμα; Ξαναφτιάχνουμε ένα νέο διάγραμμα μετά από τις προσθήκες και τροποποιήσεις που κάναμε.

Ας σκεφθούμε τυχόν αντιρρήσεις που μπορεί κάποιος να φέρει στις θέσεις μας και τα επιχειρήματά μας. Ας προσπαθήσουμε να αντικρούσουμε αυτές τις αντιρρήσεις είτε με παραδείγματα είτε με επιχειρήματα.

Κατόπιν να εντάξουμε στο διάγραμμά μας τις νέες προ-
σθήκες και τροποποιήσεις και μετά να αρχίσουμε να γρά-
φουμε το κείμενο μας ακολουθώντας τη λογική ροή του
διαγράμματος.

Άσκηση 3

Γράψτε από ένα μικρό κείμενο για να πείσετε με επιχει-
ρήματα παιδιά του δημοτικού σχολείου ότι: (α) Τα μαθη-
ματικά είναι πολύ σημαντικό μάθημα για την εξέλιξή τους.
(β) Δεν πρέπει να λένε ψέματα, (γ) Οι συμμαθητές τους
έχουν τα ίδια δικαιώματα με αυτούς.

Άσκηση 4

Γράψτε από ένα μικρό κείμενο για να πείσετε με επιχει-
ρήματα τους γονείς σας ότι:
(α) Είναι πιο σωστό να διαλέξετε εσείς το επάγγελμα ή
την επιστήμη που θα ακολουθήσετε. (β) Δεν πρέπει να
είναι υπερπροστατευτικοί μαζί σας.

Άσκηση 5

Να πάρετε τρία θέματα παλαιότερων εκθέσεων και να τα
αναπτύξετε με επιχειρήματα, ακολουθώντας τις οδηγίες
που σας δώσαμε παραπάνω.

Παράρτημα

Υποδείξεις/Απαντήσεις Ασκήσεων και Ερωτήσεων

II Προτασιακή Λογική

Ενότητα 1

1. Η i δεν είναι πρόταση όπως την εννοούμε στη λογική, η ii είναι ψευδής πρόταση, η iii είναι πρόταση της οποίας δεν είναι γνωστή η αληθοτιμή, η iv είναι ψευδής πρόταση, η v είναι αληθής πρόταση, η vi είναι ψευδής πρόταση και η vii δεν είναι πρόταση όπως την εννοούμε στη λογική.
2. Αν η έκφραση A είναι πρόταση, τότε δεν μπορεί να είναι αληθής. Ο ισχυρισμός δεν είναι ορθός.
3. Οι προτάσεις της πρώτης και της τρίτης πινακίδας δεν είναι δυνατό να έχουν την ίδια αληθοτιμή. Να διακρίνετε περιπτώσεις ως προς τις αληθοτιμές τους λαμβάνοντας υπόψη τον περιορισμό που θέτει η άσκηση. Ο σωστός δρόμος είναι ο δεύτερος.
4. Να δικαιολογήσετε το ότι οι απαντήσεις τους έχουν την ίδια αληθοτιμή.
Ήταν Κυριακή.
5. Η απόφασή του θα μπορούσε να είναι ψευδής πρόταση.

Ενότητα 2

1. Εντοπίζουμε τις προτάσεις που υπάρχουν μέσα σε αυτές τις εκφράσεις και τις αφαιρούμε (εκτός της πρώτης)
ii. «...αν...», iii. «...αν και...», iv. «...μόνον εφόσον δεν...», v. «...και μετά...», vi. «...αλλά δεν...».
2. Να χρησιμοποιήσετε συγκεκριμένο παράδειγμα i. Ο "είναι αλήθεια ότι..." δεν είναι σύνδεσμος και δεν επηρεάζει την τιμή αλήθειας, ii. Ο πίνακας αληθείας είναι ίδιος με εκείνον του συνδέσμου «ούτε... ούτε...».

Ενότητα 4

1. Να χρησιμοποιήσετε συγκεκριμένο παράδειγμα. Οι πίνακες αλήθειας είναι ίδιοι με τον πίνακα αλήθειας του «... και...».
2. Η πρόταση είναι ψευδής.
3. Να δικαιολογήσετε το γιατί δεν μπορεί να είναι ειλικρινής αυτός που μίλησε. Και οι δύο είναι ψεύτες.

Ενότητα 5

1. Να δικαιολογήσετε το γιατί δεν είναι ψεύτης αυτός που μίλησε. Είναι και οι δύο ειλικρινείς.
2. Η πρόταση είναι αληθής.
3. Η iv είναι ψευδής και οι υπόλοιπες είναι αληθείς.
4. Να δικαιολογήσετε το γιατί δεν είναι ψεύτης αυτός που μίλησε. Ο δεύτερος είναι ψεύτης.

Ενότητα 6

1. Να εργαστείτε με συγκεκριμένο παράδειγμα, i. Ο πίνακας αλήθειας είναι ίδιος με τον πίνακα αλήθειας της άρνησης, ii. η πρόταση που παράγεται έχει τις ίδιες αληθοτιμές με την πρόταση στην οποία δρα ο δεδομένος σύνδεσμος.

Ενότητα 7

1. Η πρόταση είναι αληθής
2. Να δικαιολογήσετε το γιατί δεν μπορεί να είναι ψευδής η δεδομένη πρόταση. Ο κάτοικος είναι ειλικρινής.
3. Να δικαιολογήσετε το γιατί δεν μπορεί να είναι ψευδής η δεδομένη πρόταση. Ήταν Κυριακή.
4. Ήταν ειλικρινής.

Ενότητα 8

1. Να διακρίνετε περιπτώσεις για την αληθοτιμή της απάντησης. Ο Γιώργος έφαγε το γλυκό.
2. Σκεπτόμαστε όπως και στην προηγούμενη άσκηση. Δεν υπάρχει καφενείο στο Ψευτοχώρι.

Ενότητα 9

1. i. σωστό ii. λάθος iii. σωστό iv. λάθος v. λάθος vi. σωστό vii. σωστό viii. λάθος.
2. Άπειροι, αφού προτάσσοντας το μπροστά από έναν τύπο παίρνουμε άλλο τύπο. Ξεκινώντας με μια προτασιακή μεταβλητή, π.χ. την Π , παίρνουμε τους $\neg\Pi$, $\neg\neg\Pi$, $\neg\neg\neg\Pi$ κ.ο.κ.

Ενότητα 10

2.i. Αληθής ii. Ψευδής iii. Αληθής.

Ενότητα 11

2. i. $P \wedge P$ ii. $P \rightarrow \neg P$ iii. (κάνω περίπατο: P , έχει καλό καιρό: P) $P \rightarrow P$. Οι iv. v. vi, και vii είναι επίσης συνεπαγωγές. Να προσέξετε ποιος είναι ο ηγούμενος όρος σε κάθε περίπτωση.

Ενότητα 12

1.i. $(P \rightarrow (P \vee T)) \wedge (P \rightarrow \neg T)$ ii. $P \leftrightarrow (P \wedge T)$
iii. $\neg P \wedge \neg P$

Ενότητα 13

2. Να θυμηθούμε τον ορισμό της ταυτολογίας και της αντίφασης και τον πίνακα αληθείας της άρνησης, της σύζευξης κτλ.

3. Να θυμηθούμε τον ορισμό της λογικής ισοδυναμίας, καθώς και τον πίνακα αληθείας της σύζευξης και της διάζευξης.

Ενότητα 14

1.

i.

$\Pi \rightarrow \neg P$

$\neg T$

$\Sigma \rightarrow (P \vee T)$

Π

$\neg \Sigma$

ii.

$\Pi \rightarrow (P \rightarrow \Sigma)$

$\Pi \rightarrow (\neg P \rightarrow T)$

$\Sigma \rightarrow T$

$\Pi \rightarrow T$

iii.

$\Pi \vee P$

$P \rightarrow \neg T$

T

Π

Ενότητα 15

1. Κατασκευάστε τον αντίστοιχο πίνακα αληθοτιμών. Είναι όλα έγκυρα.

2. i. Το αντίστοιχο σχήμα επιχειρήματος είναι το $\Pi \rightarrow P$, $P \rightarrow T$, $\Pi \rightarrow (P \wedge T)$, το οποίο είναι έγκυρο, ii. Το αντίστοιχο σχήμα επιχειρήματος είναι το $\Pi \rightarrow P$, $\Pi \rightarrow T$, Π , $P \wedge T$, το οποίο είναι έγκυρο.

III Κατηγορηματική Λογική

Ενότητα 2

1. A: ...είναι μαθητής/τρια του λυκείου, B: ...γράφει ποιήματα, Γ: ...είναι ψηλή.

γ: Γιώργος, μ: Μαρία. i. A(γ) ii. A(μ) iii. B(γ) iv. Γ(μ).

Ενότητα 3

1. A: ...είναι σύζυγος του/ της..., B: ... είναι παιδί του ... και της ..., Γ: ... είναι ψηλότερος από ..., γ: Γιώργος, μ: Μαρία, δ: Δημήτρης κ: Κώστας, α: Αγγελική, ν: Νίκος, ο: Ουρανία
i. $A(\gamma, \mu)$ ii. $\Gamma(\gamma, \delta)$ iii. $B(\mu, \kappa, \alpha)$ iv. $B(\gamma, \nu, \omicron)$.

Ενότητα 4

1. B: ... έχει βάρος, i. $\forall xB(x)$
ii. $\exists xB(x)$ iii. $\forall xB(x)$ iv. $\exists xB(x)$

Ενότητα 5

1. i. $\forall x(A(x) \rightarrow B(x))$ ii. $\exists x(A(x) \wedge B(x))$
iii. $\forall x(\Gamma(x) \rightarrow \neg\Delta(x))$

Ενότητα 6

1. i. $\forall x\exists\psi A(x, \psi)$ ii. $\exists xA\psi B(x, \psi)$
iii. $\forall x\exists\psi B(x, \psi)$ iv. $\exists x\forall\psi A(\psi, x)$

Ενότητα 7

1. Τύποι είναι τα i, iii, και vi.

Ενότητα 8

1. i. $\forall x \exists \psi A(x, \psi) \wedge \neg \exists \psi \forall x A(x, \psi)$
- ii. $\neg \exists x (\Lambda(x) \vee M(x)) \wedge \forall \psi \Gamma(\psi)$
- iii. $\forall x (B(x, x) \rightarrow B(\theta, x))$
- iv. $\neg (\exists x (\Pi(x) \wedge K(x)) \vee \exists \psi (E(\psi) \wedge \neg K(\psi)))$
- v. $\exists x (K(x) \wedge \forall \psi (A(\psi) \rightarrow \Gamma(x, \psi)))$
- vi. $\forall x (\Sigma(x) \rightarrow \exists \psi (\Sigma(\psi) \wedge M(\psi, x)))$.

Ενότητα 9

1.
 - i.
 $\forall x (Y(x) \vee A(x))$
 $\forall x (\Phi(x) \rightarrow \neg Y(x))$

 $\forall x (\Phi(x) \rightarrow A(x))$
 - ii.
 $\forall x (A(x) \rightarrow \Pi(x) \wedge \Sigma(x))$
 $\forall x (\Pi(x) \rightarrow E(x))$

 $\forall x (A(x) \vee \Pi(x) \rightarrow E(x))$

IV Πρακτική λογική

Ενότητα 2

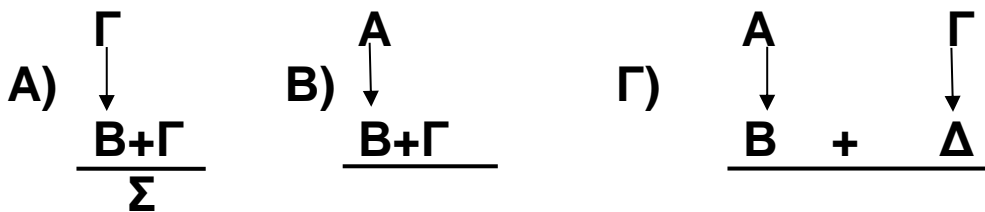
1. Δηλωτικές ή αποφαντικές προτάσεις είναι οι Β, Δ, Ε.
2. Α: δύο απλές προτάσεις: «όλα ... φύλλα» και «αυτό ... δένδρο»
Β: τρεις απλές προτάσεις: «Τα ... κοινά», «το ... μέταλλο», «δουλεύεται... εύκολα»
Γ: δύο απλές προτάσεις: «Σήμερα έχει συννεφιά», «είναι... βρέξει»
Δ: μία απλή αποφαντική πρόταση «οι καλές... πολιτισμού» καλυμμένη σε μια ρητορική ερώτηση.
3. Οι Β και Ε δεν είναι επιχειρήματα.
Συμπεράσματα:
Α: «Η κυβέρνηση... μέτρα».
Γ: «η κυβέρνηση... ύδρευση».
Δ: «Αλλά αυτό δεν είναι σωστό»
- 4.1 = Β, 2 = Β, 3 = Α, Γ, 4 = Α, Γ.
5. Α = υπόθεση, Β = επιχείρημα, Γ = επιχείρημα, Δ = υπόθεση.

Ενότητα 3

1. Για να είναι συνδεδεμένες οι προκείμενες πρέπει να υποστηρίζουν από κοινού το συμπέρασμα. Το συμπέρασμα δεν εξάγεται από κάθε μία μόνη της.

2. Για παράδειγμα, η Β θα μπορούσε να συνδυαστεί με την «η ποιότητα της ζωής των ανθρώπων εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από την ποιότητα του φυσικού περιβάλλοντος». Η Δ θα μπορούσε να συνδυαστεί με την «Η διατήρηση της ποικιλίας των οικοσυστημάτων ευνοεί τη γενικότερη οικολογική ισορροπία στη γη».

3. Και στα τρία επιχειρήματα το συμπέρασμα [Σ] είναι η τελευταία πρόταση. Αν τις προκείμενες με τη σειρά που εμφανίζονται σε κάθε επιχείρημα, τις ονομάσουμε Α, Β, Γ..., τότε έχουμε τα παρακάτω σχήματα:



Ενότητα 4

1. α) Από τις αρχαίες πηγές βλέπουμε ότι η δουλεία ήταν γενικευμένος θεσμός.
- β) Κατασκευάστε μια υποτιθέμενη στατιστική που να βγάζει το συμπέρασμα.
- γ) Από δύο ή τρία παραδείγματα να γενικεύσετε.
2. Να βρείτε το στοιχείο ομοιότητας ανάμεσα στις έννοιες και στηριζόμενοι σε αυτό να κατασκευάσετε τα επιχειρήματα.
- 3.α) Η αιτία είναι η θερμότητα της φωτιάς.
- β) Μερικές αιτίες: «άσχημοι δρόμοι», «κακή οδική συμπεριφορά των ελλήνων» κτλ.
- γ) Μια πιθανή αιτία: «Η Αμερική είναι η παγκόσμια οικονομική υπερδύναμη».
4. Τα επιχειρήματα γ) και ζ) είναι έγκυρα. Τα υπόλοιπα, για να είναι έγκυρα, θα μπορούσαν να γραφούν ως εξής:
 - α) Αν κάποιος καπνίζει, κινδυνεύει από καρκίνο του

πνεύμονα. Ο Γιάννης δεν κινδυνεύει από καρκίνο του πνεύμονα. Άρα, ο Γιάννης δεν καπνίζει.

β) Όταν βρέχει, παίρνω την ομπρέλα μου. βρέχει. Πήρα την ομπρέλα μου.

δ) Όταν βρέχει, υπάρχουν σύννεφα. Βρέχει. Υπάρχουν σύννεφα.

ε) Οι επιστήμονες χαίρουν εκτίμησης στην κοινωνία. Ο Κώστας είναι επιστήμονας. Άρα, ο Κώστας χαίρει εκτίμησης στην κοινωνία.

η) Μερικοί έλληνες είναι αναλφάβητοι. Οι έλληνες είναι ευρωπαίοι. Άρα, μερικοί ευρωπαίοι είναι αναλφάβητοι.

θ) Κανείς ιταλός δεν είναι έλληνας. Μερικοί λονδρέζοι είναι έλληνες. Άρα, μερικοί λονδρέζοι δεν είναι ιταλοί.

Ενότητα 5

1. Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι οι προτάσεις β, δ, ε είναι γενικά αποδεκτές. Η πρόταση γ) θέλει υποστήριξη. Η πρόταση α) έχει και ιδεολογικό περιεχόμενο, το οποίο μπορεί σε μερικούς να δημιουργεί αμφιβολίες για το κατά πόσον είναι αληθής.

2. Δεν είναι ανάγκη να βρείτε συγκεκριμένη πηγή για να αναφερθείτε. Μπορείτε να αναφερθείτε σε μια υποθετική αυθεντία. Είναι καλό να μάθει ο μαθητής να παραπέμπει με το σωστό τρόπο.

Ενότητα 6

1. Παραδοχές που έχουν παραλειφθεί είναι οι εξής:

α) «Η πολιτική δύναμη των αγροτών εξαρτάται από το

πλήθος τους σε σχέση με το συνολικό πληθυσμό».

β) 1. «Οι καπνιστές εισπνέουν μεγαλύτερες ποσότητες μονοξειδίου του άνθρακα από ότι οι μη καπνιστές». 2. «Η εισπνοή μονοξειδίου του άνθρακα έχει τις ίδιες επιπτώσεις στον άνθρωπο με αυτές στα ζώα».

γ) «Η ανάπτυξη φαρμάκων από άγρια φυτά πιθανότατα θα συνεχιστεί και στο μέλλον».

2.α) Επιχείρημα από άγνοια, β) Αποδίδουμε την ιδιότητα των μερών στο όλο. γ) Η λέξη "έλλειψη" χρησιμοποιείται με δύο διαφορετικές σημασίες, δ) Αποδίδουμε μια ιδιότητα ενός όλου σε ένα από τα μέρη του. ε) Επιχείρημα από άγνοια, ζ) Λήψη του ζητουμένου. Γιατί, για να είμαστε υπεύθυνοι για τις πράξεις μας πρέπει να έχουμε δυνατότητα επιλογής και άρα ελευθερία βούλησης, η) Η λέξη "δημοκρατία" και η έκφραση "το καλλίτερο πολίτευμα" χρησιμοποιούνται με δύο διαφορετικές σημασίες.

3. Να προσέξουν οι μαθητές να γράψουν επιχειρήματα με πολύ απλό και κατανοητό για μικρά παιδιά τρόπο. Οι προκείμενες που θα επιλεγούν να ανταποκρίνονται στις γνώσεις και τη νοοτροπία των παιδιών του δημοτικού. Συγχρόνως να διατηρηθεί η λογική αναγκαιότητα των επιχειρημάτων.

4. Να προσπαθήσουν οι μαθητές να μπουν στη νοοτροπία των γονέων τους, ώστε τα επιχειρήματά τους να είναι πειστικά γι' αυτούς.

5. Τα θέματα να αναπτυχθούν με πληρότητα. Να δοθεί ιδιαίτερη σημασία στη σωστή οργάνωση και δομή της επιχειρηματολογίας.

Απαντήσεις στις εκτός κειμένου Ιστορίες

Ιστορία 1

Σχόλιο: Ο Ράσελ βέβαια δεν απέδειξε ότι αυτός είναι ο Πάπας! Απλά ισχυρίστηκε ότι η συνεπαγωγή «Αν $2+2=5$, τότε εγώ είμαι ο Πάπας», είναι αληθής, πράγμα που ισχύει με βάση τον πίνακα αλήθειας του συνδέσμου αυτού (αφού η υπόθεση, δηλαδή η πρόταση « $2+2=5$ », είναι ψευδής).

Ιστορία 2

Απάντηση: η τελική κατάταξη των ομάδων ήταν: E, Z, Δ, A, B, Γ.

Λύση: Ας ονομάσουμε p_1, p_2 τις προβλέψεις του προπονητή της ομάδας A, p_3, p_4 τις προβλέψεις του προπονητή της ομάδας B, ..., p_{11}, p_{12} τις προβλέψεις του προπονητή της ομάδας Z. Γνωρίζουμε κατ' αρχήν ότι ακριβώς τρεις από τις p_1-p_{12} είναι αληθείς, ενώ οι υπόλοιπες είναι ψευδείς. Λόγω του νοήματος των p_1-p_{12} , μερικές από αυτές, για παράδειγμα οι p_7, p_{12} , αντιφάσκουν μεταξύ τους.

Είναι δυνατόν η β να ήρθε πρώτη; Αν αυτό ήταν αλήθεια, θα έπρεπε, οι p_3, p_4 να είναι και οι δυο αληθείς, οπότε θα έπρεπε η Z να ήταν πρώτη, άτοπο! Άρα δεν ήρθε η β πρώτη. Όμοια δείχνουμε ότι ούτε η Γ ούτε η Δ ήρθε πρώτη.

Μήπως άραγε ήρθε η A πρώτη; Έστω ότι «ναι». Τότε ο προπονητής της έκανε δύο σωστές προβλέψεις δηλαδή αληθεύουν οι p_1, p_2 , δηλαδή αληθεύει ότι η β ήρθε δεύ-

τερη και η Z πέμπτη. Επειδή η β ήρθε δεύτερη ο προπονητής της έκανε μια σωστή πρόβλεψη, δηλαδή μόνο μια από τις p_3, p_4 αληθεύει. Προφανώς όμως η p_3 δεν αληθεύει, αφού αντιφάσκει με την p_2 που αληθεύει, άρα αληθεύει η p_4 . Αν όμως αληθεύει η p_4 , δεν είναι δυνατό η β να ήρθε δεύτερη. Άρα δεν ήρθε πρώτη η Α. Όμοια προκύπτει ότι δεν ήρθε πρώτη η Z. Άρα έπεται ότι ήρθε πρώτη η Ε. Τότε αληθεύουν οι p_9, p_{10} , άρα η Β ήρθε πέμπτη και η Δ τρίτη. Τότε είναι ψευδείς, οι p_3, p_4 και οι p_7, p_8 , συνεπώς η Γ δεν ήρθε δεύτερη και η Γ δεν ήρθε τέταρτη. Μένει λοιπόν, η περίπτωση ότι η Γ ήρθε έκτη. Αφού ο προπονητής της Α έκανε και τις δύο προβλέψεις λάθος, δεν μπορεί η ομάδα του να τελείωσε δεύτερη (αφού τότε μια από τις προβλέψεις του θα ήταν σωστή), άρα η Α ήρθε τέταρτη. Η μόνη ομάδα που μένει για τη δεύτερη θέση είναι η Z.

Ιστορία 3

Λύση Ας ονομάσουμε p_1, \dots, p_{20} τις απαντήσεις που έδωσαν κατά σειρά ο Αδάμ, η Εύα κ.λπ., Από όσα γνωρίζουμε, έχουμε για τις ομάδες προτάσεων $p_1-p_4, p_5-p_8, p_9-p_{12}, p_{13}-p_{16}, p_{17}-p_{20}$ ότι μια περιέχει ακριβώς τέσσερις αληθείς προτάσεις, μια ακριβώς τρεις αληθείς, μια ακριβώς δυο αληθείς, μια ακριβώς μια αληθή πρόταση και μια δεν περιέχει αληθή πρόταση. Ο ένοχος θα προκύψει από το σύνολο στο οποίο υπάρχουν ακριβώς τέσσερις αληθείς προτάσεις, αφού η κάθε ομάδα περιέχει μια κατηγορία. Είναι άραγε δυνατόν οι προτάσεις $P_{13}-P_{16}$ να είναι όλες αληθείς; Όχι, διότι οι P_{13}, P_{16} προφανώς αντιφάσκουν. Είναι μήπως δυνατόν οι προτάσεις p_9-p_{12} να είναι όλες αληθείς; Όχι, διότι τότε θα ήταν η p_{12} αληθής οπότε θα ήταν οι $p_{17}-p_{20}$ αληθείς, πράγμα, αδύνατο, αφού τότε και ο Κάιν και το φίδι θα είχαν διατυπώσει ακριβώς τέσσερις αληθείς προτάσεις.

Επομένως υπάρχουν οι εξής τρεις περιπτώσεις:

α) όλες οι p_1 - p_4 είναι αληθείς

β) όλες οι p_5 - p_8 είναι αληθείς

γ) όλες οι p_{17} - p_{20} είναι αληθείς.

Ας εξετάσουμε πρώτα την περίπτωση όλες οι προτάσεις του Αδάμ να είναι αληθείς. Τότε θα έχουμε τον εξής κατάλογο τιμών αλήθειας, με βάση το περιεχόμενο:

P_1 P_2 P_3 P_4 P_5 P_6 P_7 P_8 P_9 P_{10}
↕ ↕ ↕ ↕ ↕ ↕ ↕ ↕ ↕ ↕
A A A A Ψ A Ψ A Ψ A

P_{11} P_{12} P_{13} P_{14} P_{15} P_{16} P_{17} P_{18} P_{19} P_{20}
↕ ↕ ↕ ↕ ↕ ↕ ↕ ↕ ↕ ↕
; Ψ Ψ ; Ψ Ψ Ψ Ψ ; ;

Τότε όμως και η Εύα και ο Κάιν και ο Άβελ και το φίδι έχουν πει τουλάχιστον δύο ψέματα ο καθένας οπότε δεν υπάρχει κανείς που είπε ακριβώς ένα ψέμα, άτοπο. Ας υποθέσουμε στη συνέχεια ότι όλες οι προτάσεις του φιδιού είναι αληθείς. Τότε θα έχουμε τον εξής κατάλογο:

P_1 P_2 P_3 P_4 P_5 P_6 P_7 P_8 P_9 P_{10}
↕ ↕ ↕ ↕ ↕ ↕ ↕ ↕ ↕ ↕
 Ψ Ψ ; ; Ψ A ; Ψ Ψ A

P_{11} P_{12} P_{13} P_{14} P_{15} P_{16} P_{17} P_{18} P_{19} P_{20}
↕ ↕ ↕ ↕ ↕ ↕ ↕ ↕ ↕ ↕
 Ψ A Ψ A ; Ψ A A A A

Τότε όμως κανείς δεν θα έχει ακριβώς τρεις αληθείς προτάσεις, άτοπο. Μένει λοιπόν η περίπτωση η Εύα να έχει τέσσερις αληθείς προτάσεις, οπότε η αλήθεια είναι ότι ο Αδάμ έφαγε το μήλο. (Προκύπτει επίσης ότι το φίδι έχει τρεις αληθείς προτάσεις, ο Άβελ δύο αληθείς, ο Κάιν μια και ο Αδάμ καμιά).

Ιστορία 4

Λύση Ας ονομάσουμε p_1, \dots, p_9 τις απαντήσεις για τα χαρτιά (κατά σειρά) του Κώστα, του Νίκου και της Γεωργίας. Από τις υποθέσεις προκύπτει ότι ένας από τους τρεις είχε ακριβώς τρεις σωστές απαντήσεις, ένας είχε ακριβώς δυο σωστές και ο τρίτος δεν είχε καμιά σωστή. Αν οι p_1-p_3 ήταν αληθείς, τότε θα ήταν και οι p_4, p_6, p_8 αληθείς, οπότε ο Κώστας θα είχε τρεις σωστές απαντήσεις, ο Νίκος δύο και η Γεωργία μια, πράγμα που αποκλείεται. Αν οι p_7-p_9 ήταν αληθείς, τότε θα ήταν η p_2 αληθής, που πάλι αποκλείεται (αφού κανείς δεν είχε ακριβώς μια σωστή απάντηση).

Άρα οι p_4-p_6 είναι αληθείς, πράγμα που συμβιβάζεται με το ότι ακριβώς δυο από τις p_1-p_3 είναι αληθείς και καμιά από τις p_7-p_9 δεν είναι αληθής.

Ιστορία 5

Λύση Από την υπόθεση β), ο καλύτερος και ο χειρότερος τενίστας έχουν την ίδια ηλικία. Από την υπόθεση α) ο/η δίδυμος του καλύτερου τενίστα και ο χειρότερος τενίστας είναι διαφορετικά άτομα. Προφανώς ο/η δίδυμος του καλύτερου τενίστα έχει την ίδια ηλικία με τον καλύτερο τενίστα. Άρα υπάρχουν τρεις άνθρωποι της ίδιας

ηλικίας: ο καλύτερος τενίστας, ο/η δίδυμος του και ο χειρότερος τενίστας.

Φυσικά ο κ. Παπαδόπουλος δεν μπορεί να έχει την ίδια ηλικία με κάποιο παιδί του, άρα τα παιδιά του έχουν την ίδια ηλικία με την αδελφή του κ. Παπαδόπουλου. Αφού κανένα παιδί του κ. Παπαδόπουλου δεν μπορεί να είναι δίδυμο με την αδελφή του κ. Παπαδόπουλου, έπεται ότι ο γιος και η κόρη του κ. Παπαδόπουλου είναι δίδυμοι. Επειδή ο γιος και η αδελφή του κ. Παπαδόπουλου έχουν αντίθετο φύλο, έπεται από την α) ότι ο χειρότερος τενίστας είναι η αδελφή και ο καλύτερος η κόρη του κ. Παπαδόπουλου.

Ιστορία 6

Λύση Ας καλέσουμε p_1 , την πρόταση «Ο Αλέκος είναι ψηλός», p_2 την «Ο Αλέκος είναι μελαχρινός», p_3 την «Ο Αλέκος είναι ωραίος» και p_4, p_5, p_6 τις αντίστοιχες προτάσεις για το Βασίλη, p_7, p_8, p_9 τις αντίστοιχες προτάσεις για το Γιώργο και p_{10}, p_{11}, p_{12} τις αντίστοιχες προτάσεις για το Δημήτρη.

Από την αρχική υπόθεση προκύπτει ότι ακριβώς μια ομάδα από τις $p_1-p_3, p_4-p_6, p_7-p_9, p_{10}-p_{12}$ έχει όλες τις προτάσεις της αληθείς (αφού μόνο ένας από τους άνδρες έχει όλα τα επιθυμητά χαρακτηριστικά).

Η υπόθεση α) λέει τα εξής: ακριβώς τρεις από τις p_1, p_4, p_7, p_{10} είναι αληθείς, ακριβώς δυο από τις p_2, p_5, p_{11} είναι αληθείς και ακριβώς μια από τις p_3, p_6, p_9, p_{12} είναι αληθής.

Η υπόθεση β) λέει ότι τουλάχιστον μια από τις p_1-p_3 , τουλάχιστον μια από τις p_4-p_6 , τουλάχιστον μια από τις p_7-p_9 και τουλάχιστον μια από τις $p_{10}-p_{12}$ είναι αληθής.

Η υπόθεση γ) λέει ότι οι τιμές αλήθειας των p_1 - p_3 είναι ίδιες με αυτές των p_4 - p_6 .

Η υπόθεση δ) λέει ότι οι p_4, p_7 είναι είτε αληθείς είτε ψευδείς και οι δυο.

Τέλος, η υπόθεση ε) λέει ότι μια από τις p_7, p_{10} είναι ψευδής.

Αρχίζουμε τώρα να αντιστοιχούμε τιμές αλήθειας στις p_1, \dots, p_{12} . Επειδή ισχύουν οι γ), δ) οι p_1, p_4, p_7 είναι αληθείς. Άρα, με βάση την ε), η p_{10} είναι ψευδής. Λόγω της β), τουλάχιστον μια από τις p_{11}, p_{12} είναι αληθής, δηλαδή ισχύει μια από τις εξής περιπτώσεις:

1) $p_{11} \text{ A}, p_{12} \text{ A}$

2) $p_{11} \text{ A}, p_{12} \text{ Ψ}$

3) $p_{11} \text{ Ψ}, p_{12} \text{ A}$

Όμως μόνο ο ιδανικός άνδρας για τη Μαρία είναι ωραίος και ο Δημήτρης δεν είναι αυτός (αφού δεν είναι ψηλός), άρα η πρώτη και η τρίτη περίπτωση δεν είναι αποδεκτές. Συνεπώς η τιμή της p_{11} είναι A και της p_{12} είναι Ψ. Λόγω της α), μόνο δύο από τις p_2, p_5, p_8, p_{11} είναι αληθείς και λόγω της γ) οι p_2, p_5 έχουν την ίδια τιμή. Αν οι p_2, p_5 είχαν τιμή A, τότε θα υπήρχε αντίφαση, αφού (είδαμε ότι) και η p_{11} , είναι A. Συνεπώς οι p_2, p_5 είναι ψευδείς, οπότε η p_8 είναι αληθής.

Προφανώς τώρα στους Αλέκο, Βασίλη και Δημήτρη λείπει τουλάχιστον ένα επιθυμητό χαρακτηριστικό, άρα ο Γιώργος είναι ο ιδανικός άνδρας για τη Μαρία.

Ιστορία 7

Λύση Ας καλέσουμε p_1 την πρόταση «ο Κώστας είναι μελετηρός», p_2 την «Ο Κώστας θα περάσει στα Μαθηματικά» και p_3 την «Ο Κώστας θα περάσει στην Πληροφορική», p_4 την «Ο Νίκος είναι μελετηρός», p_5 την «Ο

Νίκος θα περάσει την Πληροφορική», p_6 την «Ο Νίκος θα περάσει στα Μαθηματικά», p_7 την «Ο Χάρης είναι μελετηρός» και p_8 την «Ο Χάρης θα περάσει στα Μαθηματικά».

Από αυτά που είπαν οι τρεις μαθητές, ξέρουμε ότι είναι αληθείς οι εξής προτάσεις:

α) $(\neg p_1) \rightarrow (\neg p_2)$

β) $p_1 \rightarrow p_3$

γ) $(\neg p_4) \rightarrow (\neg p_5)$

δ) $p_4 \rightarrow p_6$

ε) $(\neg p_7) \rightarrow (\neg p_8)$

στ) $p_7 \rightarrow p_8$

Έστω ότι p_1 είναι αληθής. Τότε, λόγω της β) και η p_3 είναι αληθής.

Άρα, λόγω της υπόθεσης 2), η p_2 είναι ψευδής. Όμως υπάρχει μόνο ένας μελετηρός μαθητής, άρα οι p_4 και p_7 πρέπει να είναι ψευδείς. Από τις γ), ε) έπεται ότι οι p_5 , p_8 θα είναι ψευδείς, πράγμα που αντιφάσκει με την υπόθεση 2) (δηλαδή ο Κώστας είναι ο μόνος που δεν θα περάσει στα Μαθηματικά). Αποκλείεται λοιπόν να είναι ο Κώστας μελετηρός. Όμοια αποκλείεται να είναι μελετηρός ο Χάρης. Άρα ο μελετηρός μαθητής είναι ο Νίκος.

Ιστορία 8

Λύση Έστω p_1 , p_2 , p_3 οι προτάσεις αντίστοιχα «Ο Α είναι ένοχος», «Ο Β είναι ένοχος», «ο Γ είναι ένοχος». Από τις υποθέσεις, έχουμε ότι

α) ο προτασιακός τύπος $p_1 \wedge (\neg p_2) \rightarrow p_3$ είναι αληθής

β) ο προτασιακός τύπος $p_3 \rightarrow (p_1 \vee p_2)$ είναι αληθής

γ) οι προτασιακοί τύποι $p_1 \rightarrow (\neg p_3)$, $p_3 \rightarrow (\neg p_1)$ είναι αληθείς

δ) ο προτασιακός τύπος $p_1 \vee p_2 \vee p_3$ είναι αληθής.
Λόγω της δ), η p_1 ή p_2 ή p_3 είναι αληθής.
Αν η p_2 είναι αληθής, προφανώς ο β είναι ένοχος.
Έστω τώρα ότι ο Α είναι ένοχος, δηλαδή η p_1 είναι αληθής. Τότε δεν είναι δυνατόν ταυτόχρονα οι p_2, p_3 να είναι ψευδείς γιατί αλλιώς ο $p_1 \wedge (\neg p_2) \rightarrow p_3$ θα ήταν ψευδής. Λόγω του γ) όμως, η p_3 είναι ψευδής, άρα η p_2 είναι αληθής, δηλαδή ο Β είναι ένοχος.
Τέλος, έστω ότι ο Γ είναι ένοχος, δηλαδή η p_3 , είναι αληθής. Τότε, λόγω γ) η p_1 , είναι ψευδής.
Όμως, λόγω του Β), ο $p_1 \vee p_2$ πρέπει να είναι αληθής, άρα η p_2 είναι αληθής, δηλαδή ο Β είναι πάλι ένοχος.
Σε κάθε περίπτωση λοιπόν ο Β είναι ένοχος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ III: Κατηγορηματική Λογική

1. Εισαγωγή.....	5
2. Η Δομή Υποκείμενο-Κατηγορήμα.....	6
3. Πολυμελή Κατηγορήματα.....	12
4. Ποσοδείκτες.....	16
5. Ποσόδειξη σε οποιουσδήποτε Τύπους.....	22
6. Πολλαπλή Ποσόδειξη.....	28
7. Τύποι.....	33
8. Μεταφορά σε Συμβολική Γλώσσα.....	35
9. Παραδείγματα Τυποποίησης Προτάσεων της Φυσικής Γλώσσας και Επιχειρημάτων.....	42
10. Απόδοση Σημασίας στους Τύπους.....	45

ΚΕΦΑΛΑΙΟ IV: Στοιχεία Πρακτικής Λογικής

1. Επιχείρημα και Επιχειρηματολογία.....	51
1.1 Εισαγωγή.....	51
1.2 Η Αξία της Επιχειρηματολογίας.....	54
2. Είδη προτάσεων: Προκείμενες-Συμπέρασμα...	55
2.1 Προτάσεις.....	55
2.2 Προκείμενες και Συμπέρασμα.....	57
2.3.Υποθετικές προτάσεις.....	62
3. Σύνδεση προτάσεων σε ένα επιχείρημα.....	63
3.1. Συνδεδεμένες προκείμενες.....	64
3.2. Μη συνδεδεμένες προκείμενες.....	66
3.3. Σχηματικός Τρόπος Παρουσίασης ενός Επιχειρήματος.....	67
3.4. Σύνθετα Επιχειρήματα.....	69
4. Είδη Απλών Επιχειρημάτων.....	72
4.1. Επιχείρημα Διαμέσου Παραδειγμάτων.....	72
4.2. Επιχείρημα Διαμέσου Αναλογίας.....	75

4.3. Επιχείρημα που χρησιμοποιεί Αιτία και Αποτέλεσμα.....	77
4.4. Παραγωγικά Επιχειρήματα.....	79
5. Μερικοί Τρόποι Ελέγχου των Προκειμένων...85	
5.1. Προτάσεις από την Εμπειρία.....	85
5.2. Προτάσεις που Στηρίζονται στην Αυθεντία..87	
6. Μερικοί Κανόνες για Σωστή Γραφή Επιχειρημάτων.....	90
6.1. Βασικοί Κανόνες για τη Διατύπωση Σωστού Επιχειρήματος.....	90
6.2. Μερικά Άλλα Λάθη που Πρέπει να Αποφεύγουμε.....	92
6.3. Πως Γράφουμε ένα Κείμενο.....	98

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ: Υποδείξεις / Απαντήσεις Ασκήσεων και Ερωτήσεων

Βάσει του ν. 3966/2011 τα διδακτικά βιβλία του Δημοτικού, του Γυμνασίου, του Λυκείου, των ΕΠΑ.Λ. και των ΕΠΑ.Σ. τυπώνονται από το ΙΤΥΕ - ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ και διανέμονται δωρεάν στα Δημόσια Σχολεία. Τα βιβλία μπορεί να διατίθενται προς πώληση, όταν φέρουν στη δεξιά κάτω γωνία του εμπροσθόφυλλου ένδειξη «ΔΙΑΤΙΘΕΤΑΙ ΜΕ ΤΙΜΗ ΠΩΛΗΣΗΣ». Κάθε αντίτυπο που διατίθεται προς πώληση και δεν φέρει την παραπάνω ένδειξη θεωρείται κλεψίτυπο και ο παραβάτης διώκεται σύμφωνα με τις διατάξεις του άρθρου 7 του νόμου 1129 της 15/21 Μαρτίου 1946 (ΦΕΚ 1946, 108, Α'). Απαγορεύεται η αναπαραγωγή οποιουδήποτε τμήματος αυτού του βιβλίου, που καλύπτεται από δικαιώματα (copyright), ή η χρήση του σε οποιαδήποτε μορφή, χωρίς τη γραπτή άδεια του Υπουργείου Παιδείας και Θρησκευμάτων / ΙΤΥΕ - ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ.