

**ΦΥΣΙΚΗ**  
**Ομάδας Προσανατολισμού**  
**Θετικών Σπουδών**

**Γ΄ τάξη**  
**Γενικού Λυκείου**

**ΤΟΜΟΣ 1ος**

**Σημείωση: Στο Ευρετήριο Όρων τα  
γράμματα Α, Β, Γ,..., Θ δηλώνουν  
αντίστοιχα τον 1ο, 2ο, 3ο,...,9ο τόμο.**

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΕΡΕΥΝΑΣ  
ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ  
ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ**

**Α. ΙΩΑΝΝΟΥ - Γ. ΝΤΑΝΟΣ  
Α. ΠΗΤΤΑΣ - Σ. ΡΑΠΤΗΣ**

**Η συγγραφή και η επιστημονική  
επιμέλεια του βιβλίου πραγματο-  
ποιήθηκε υπό την αιγίδα  
του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου**

**ΦΥΣΙΚΗ**

**Ομάδας Προσανατολισμού  
Θετικών Σπουδών**

**Γ' τάξη  
Γενικού Λυκείου**

**ΤΟΜΟΣ 1ος  
Ι.Τ.Υ.Ε. «ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ**

## **ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΑΡΧΙΚΗΣ ΕΚΔΟΣΗΣ**

### **Συγγραφείς:**

**Αλέκος Ιωάννου, Γιάννης Ντάνος  
Άγγελος Πήττας, Σταύρος Ράπτης**

### **Κριτές:**

**Αντωνίου Νικόλαος, καθηγητής Πα-  
νεπιστημίου Αθηνών, ως πρόεδρος**

**Ευθυμιόπουλος Θωμάς, Αν. καθη-  
γητής Πανεπιστημίου Κρήτης,**

**Αρναουτάκης Ιωάννης, Σχολικός  
Σύμβουλος ΠΕ 04 Δ/θμιας Εκ/σης,**

**Καρανίκας Ιωάννης, Σχολικός Σύμ-  
βουλος ΠΕ04 Δ/θμιας Εκ/σης,**

**Κοτρόζου Αικατερίνη, Φυσικός,  
M.Sc. Καθηγήτρια Δ/θμιας Εκ/σης,**

**Φωτάκης Ιωάννης, Καθηγητής  
ΠΕ04, Δ/θμιας Εκ/σης».**

**Ε.Π.Ε.Α.Ε.Κ.**

**Υποπρόγραμμα 1: ΓΕΝΙΚΗ ΚΑΙ ΤΕ-  
ΧΝΙΚΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ**

**Μέτρο 1.1: ΑΝΑΜΟΡΦΩΣΗ ΠΡΟ-  
ΓΡΑΜΜΑΤΩΝ ΓΕΝΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥ-  
ΣΗΣ**

**Ενέργεια 1.1α: Προγράμματα –  
βιβλία**

**ΕΡΓΟ: ΑΝΑΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΚΑΙ ΕΚΣΥΓ-  
ΧΡΟΝΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ-  
ΤΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ ΤΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙ-  
ΣΤΗΜΩΝ ΜΕ ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΠΑΡΑ-  
ΓΩΓΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΟΥ ΥΛΙΚΟΥ**

## ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΕΠΑΝΕΚΔΟΣΗΣ

Η επανέκδοση του παρόντος βιβλίου πραγματοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Τεχνολογίας Υπολογιστών & Εκδόσεων «Διόφαντος» μέσω ψηφιακής μακέτας που δημιουργήθηκε με χρηματοδότηση από το ΕΣΠΑ/ΕΠ «Εκπαίδευση & Δια Βίου Μάθηση» / Πράξη «ΣΤΗΡΙΖΩ»



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ  
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ  
*επένδυση στην κοινωνία της γνώσης*

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ  
2007-2013  
Πρόγραμμα για την ανάπτυξη  
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Οι διορθώσεις πραγματοποιήθηκαν κατόπιν έγκρισης του Δ.Σ. του Ινστιτούτου Εκπαιδευτικής Πολιτικής

**Η αξιολόγηση, η κρίση των προσαρμογών και η επιστημονική επιμέλεια του προσαρμοσμένου βιβλίου πραγματοποιείται από τη Μονάδα Ειδικής Αγωγής του Ινστιτούτου Εκπαιδευτικής Πολιτικής**

**Η προσαρμογή του βιβλίου για μαθητές με μειωμένη όραση από το ΙΤΥΕ-ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ πραγματοποιείται με βάση τις προδιαγραφές που έχουν αναπτυχθεί από ειδικούς εμπειρογνώμονες για το ΙΕΠ**

**ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ  
ΓΙΑ ΜΑΘΗΤΕΣ  
ΜΕ ΜΕΙΩΜΕΝΗ ΟΡΑΣΗ**

**Ομάδα εργασίας για το Ινστιτούτου  
Εκπαιδευτικής Πολιτικής**

**Προσαρμογή: Βασίλης Καρναβάς,  
Σύμβουλος Β΄ ΙΕΠ**

**Επιμέλεια: Κωνσταντίνος  
Γκυρτής, Δρ. Πληροφορικής**

**Επιστημονικός υπεύθυνος:  
Βασίλης Κουρμπέτης, Σύμβουλος Α΄  
του ΥΠ.Π.Ε.Θ.**

**Υπεύθυνη του έργου:  
Μαρία Γελαστοπούλου, Μ.Εδ. Ειδικής  
Αγωγής**

**Τεχνική υποστήριξη: Κωνσταντίνος  
Γκυρτής, Δρ. Πληροφορικής**



**Συγγραφείς Προδιαγραφών  
προσαρμογής των βιβλίων για  
το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής  
Πολιτικής:**

**Γιώργος Βουγιουκλίδης,**

**Δάσκαλος Ειδικής Αγωγής**

**Γελαστοπούλου Μαρία,**

**Εκπαιδευτικός Ειδικής Αγωγής**

**Γκυρτής Κωνσταντίνος,**

**Καθηγητής Πληροφορικής**

**Αξιολόγηση και τελικός έλεγ-  
χος των προσαρμογών:**

**Γελαστοπούλου Μαρία,**

**Εκπαιδευτικός Ειδικής Αγωγής**

**Γκυρτής Κωνσταντίνος,**

**Καθηγητής Πληροφορικής**

**στη Β/βάθμια Εκπαίδευση**



## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Το βιβλίο που κρατάτε στα χέρια σας έχει γραφτεί σύμφωνα με το νέο αναλυτικό πρόγραμμα της Γ' Λυκείου για τη θετική και τεχνολογική κατεύθυνση, που εκπονήθηκε από το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο.

Η ύλη περιλαμβάνει τις μηχανικές και ηλεκτρομαγνητικές ταλαντώσεις, τα κύματα, τα ιδανικά ρευστά, τη μηχανική του στερεού σώματος, τα αδρανειακά συστήματα αναφοράς, τις κρούσεις και το φαινόμενο Doppler. Στη συνέχεια στα δύο τελευταία κεφάλαια εισάγονται κάποιες πρώτες γνώσεις σύγχρονης φυσικής με τη θεωρία της σχετικότητας και την κβαντομηχανική. Βασική μας επιδίωξη ήταν να γραφτεί ένα βιβλίο όσο το δυνατόν

**πιο φιλικό στο μαθητή. Προσπαθήσαμε να διαπραγματευτούμε τα θέματα με καθαρότητα και λιτότητα και να μην ανοίξουμε δρόμους που το επίπεδο της τάξης δεν επιτρέπει να ακολουθήσουμε μέχρι τέλους. Έγινε προσπάθεια να συνδεθούν τα θέματα φυσικής που πραγματευόμαστε με την καθημερινή εμπειρία των μαθητών. Τα μαθηματικά του βιβλίου είναι απλά, αντίστοιχα του επιπέδου της τάξης στην οποία απευθύνεται.**

**Για το συμβολισμό ακολουθήσαμε τις προδιαγραφές που τέθηκαν από το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο. Τα διανύσματα παριστάνονται με παχιά μαύρα γράμματα ενώ τα μέτρα τους με κανονικούς χαρακτήρες.**

Έτσι το σύμβολο  $\mathbf{F}$  παριστάνει το διάνυσμα της δύναμης, ενώ το σύμβολο  $F$  το μέτρο της.

Στα χειρόγραφα χρησιμοποιείται το σύμβολο  $\vec{F}$ .

Κάθε κεφάλαιο ξεκινάει με μια ή δυο εισαγωγικές παραγράφους που περιγράφουν το αντικείμενο με το οποίο θα ασχοληθούμε και υπενθυμίζουν κάποιες προγενέστερες βασικές γνώσεις. Οι βασικές σχέσεις κάθε κεφαλαίου είναι τονισμένες με γαλάζιο φόντο. Τα λυμένα παραδείγματα υπηρετούν δύο στόχους. Φέρνουν το μαθητή σε επαφή με τις πραγματικές διαστάσεις των μεγεθών και υποδεικνύουν ένα τρόπο εργασίας για την επίλυση των ασκήσεων.

**Στο τέλος της θεωρίας κάθε κεφαλαίου υπάρχει σύνοψη που περιλαμβάνει τα βασικά συμπεράσματα του κεφαλαίου. Ακολουθούν οι δραστηριότητες, οι ερωτήσεις, οι ασκήσεις και τα προβλήματα.**

**Οι δραστηριότητες είναι απλά πειράματα ή εργασίες που ο μαθητής μπορεί να κάνει στο σπίτι του. Οι ερωτήσεις διαφόρων τύπων προσφέρονται για έλεγχο των γνώσεων στη θεωρία και για κριτική σκέψη πάνω στα θέματα του κεφαλαίου. Οι ασκήσεις είναι απλές και αναφέρονται σε μια από τις έννοιες που πραγματεύεται το κεφάλαιο. Τα προβλήματα συνήθως είναι συνθετικά και κάποια από αυτά αυξημένης δυσκολίας.**

**Στο τέλος κάθε κεφαλαίου θα βρείτε ένα ή δύο ένθετα που δεν αποτελούν μέρος της εξεταστέας ύλης και απευθύνονται σε όσους μαθητές θέλουν να διευρύνουν τις γνώσεις τους.**

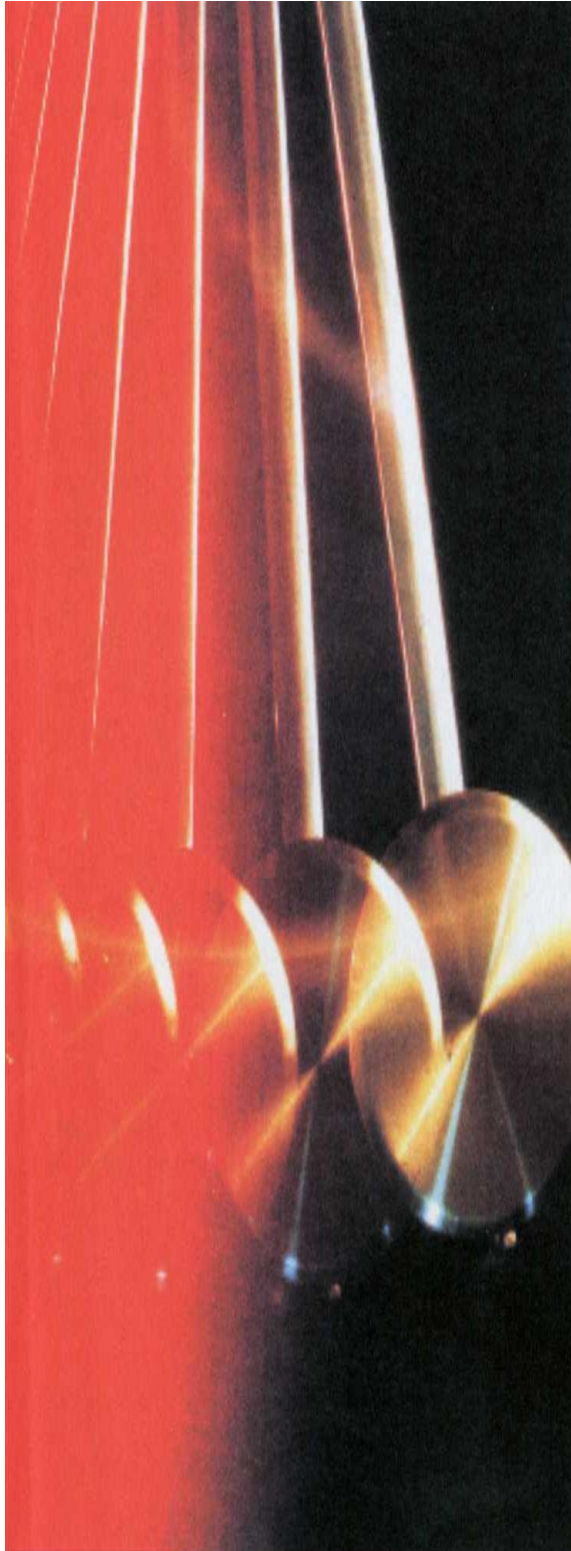
**Στα παραρτήματα του βιβλίου θα συναντήσετε ένα πίνακα με τις βασικές σταθερές που χρησιμοποιήθηκαν, ένα αλφαβητικό ευρετήριο καθώς και ένα λεξιλόγιο όρων.**

**Ελπίζουμε ότι θα μας δοθεί η ευκαιρία να έρθουμε σε επαφή με την κριτική των συναδέλφων που θα διδάξουν το βιβλίο και αξιοποιώντας την να το βελτιώσουμε.**





# 1 ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ – ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ



**Περιοδικά φαινόμενα 19**

**Απλή αρμονική ταλάντωση 23**

**Ηλεκτρικές Ταλαντώσεις 46**

**Φθίνουσες Ταλαντώσεις 64**

**Εξαναγκασμένες Ταλαντώσεις 79**

**Σύνθεση Ταλαντώσεων 104**

**Σύνοψη 118**

**Ασκήσεις 149**

## **(1.1) Εισαγωγή**

Σε προηγούμενες τάξεις ασχοληθήκαμε με δυο περιοδικά φαινόμενα, την ομαλή κυκλική κίνηση και την απλή αρμονική ταλάντωση.

Στην ενότητα αυτή θα επεκτείνουμε την έννοια «ταλάντωση» για να συμπεριλάβουμε και τις ηλεκτρικές ταλαντώσεις.

Θα εξετάσουμε επίσης τις ταλαντώσεις των οποίων το πλάτος ελαττώνεται -τις φθίνουσες ταλαντώσεις- και τις ταλαντώσεις στις οποίες προσφέρουμε ενέργεια στο σώμα που ταλαντώνεται -τις εξαναγκασμένες ταλαντώσεις.

Τέλος θα ασχοληθούμε και με την περίπτωση που το σώμα συμμετέχει σε περισσότερες από μια ταλαντώσεις (σύνθετες ταλαντώσεις).

## (1.2.) Περιοδικά φαινόμενα

**Περιοδικά φαινόμενα** ονομάζονται τα φαινόμενα που εξελίσσονται και επαναλαμβάνονται αναλλοίωτα σε σταθερά χρονικά διαστήματα. Τέτοια φαινόμενα είναι η κίνηση της Γης γύρω από τον Ήλιο, η κίνηση του εκκρεμούς, το άναμμα και το σβήσιμο του φάρου κ.ά.

Κάθε περιοδικό φαινόμενο χαρακτηρίζεται από την **περίοδο** του (**T**), το χρόνο δηλαδή που απαιτείται για να ολοκληρωθεί.

Αν σε χρόνο **t** γίνονται **N** επαναλήψεις του φαινομένου, η περίοδος είναι ίση με το πηλίκο

$$T = \frac{t}{N}$$

Το αντίστροφο πηλίκο  $f = \frac{N}{t}$

του αριθμού των επαναλήψεων του φαινομένου προς τον αντίστοιχο χρόνο ονομάζουμε **συχνότητα** του περιοδικού φαινομένου.

Μονάδα μέτρησης της περιόδου είναι το 1 s και της συχνότητας το  $1s^{-1}$  ή **1 κύκλος/s** ή **1Hz**.

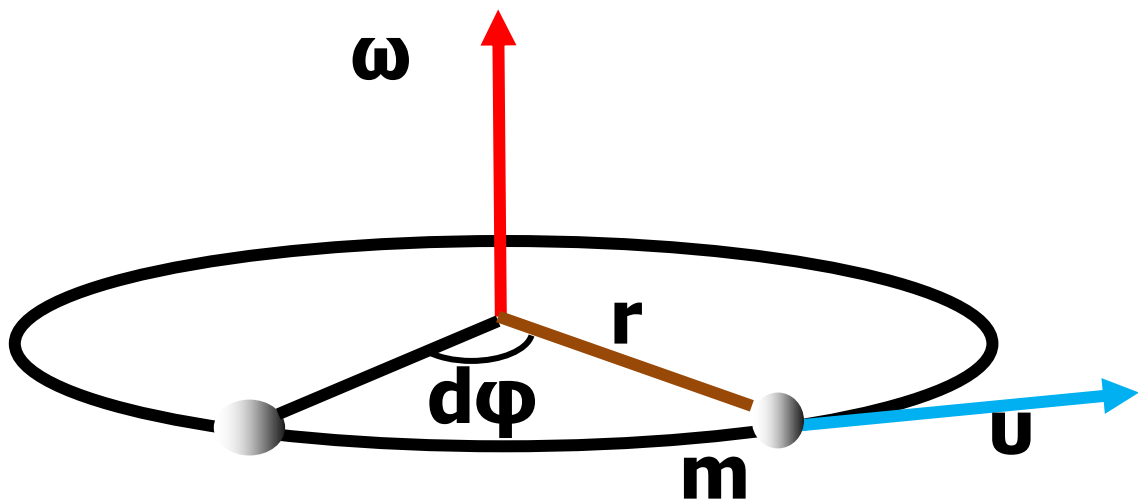
Από τον ορισμό τους, τα μεγέθη **περίοδος και συχνότητα είναι αντίστροφα**, συνδέονται δηλαδή με τη σχέση

$$f = \frac{1}{T}$$

Ένα τρίτο μέγεθος που αναφέρεται σε όλα τα περιοδικά φαινόμενα, χωρίς άμεση φυσική σημασία, είναι η **γωνιακή συχνότητα ( $\omega$ )** για την οποία ισχύει.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

Μονάδα μέτρησης της γωνιακής συχνότητας είναι το **1 rad/s**.



Το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας στην κυκλική κίνηση.  
**Σχήμα 1-1.**

**Παρατήρηση:** Στην κυκλική κίνηση ορίζεται το διανυσματικό μέγεθος γωνιακή ταχύτητα με μέτρο

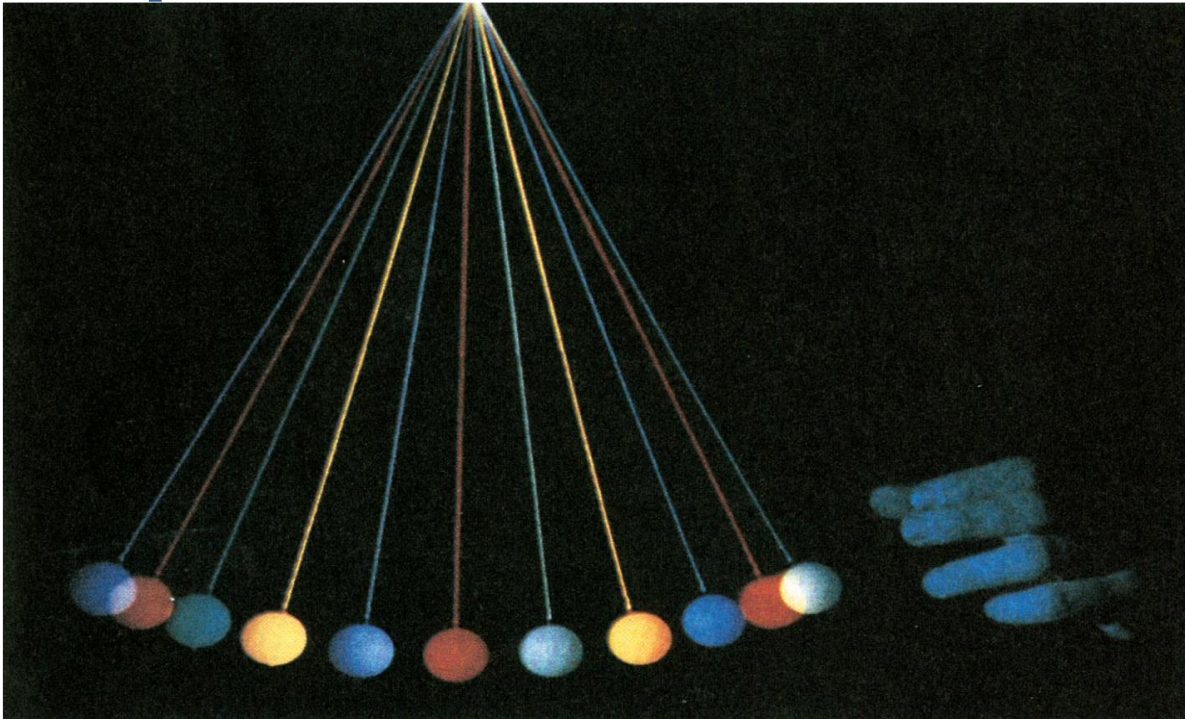
$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$$

Στην ομαλή κυκλική κίνηση το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας που έχει ως κυκλική κίνηση είναι ίσο με τη γωνιακή συχνότητα που έχει ως περιοδική κίνηση.

## (1.3.) Απλή αρμονική ταλάντωση

### α) Κινηματική προσέγγιση

Μια περιοδική παλινδρομική κίνηση ονομάζεται **ταλάντωση**. Η ταλάντωση που γίνεται σε ευθεία τροχιά ονομάζεται **γραμμική ταλάντωση**.

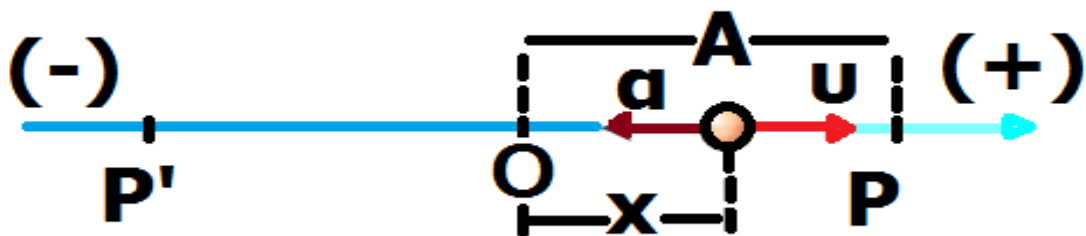


Η κίνηση του εκκρεμούς είναι μια ταλάντωση. Στη φωτογραφία απεικονίζονται διαδοχικά στιγμιότυπα της κίνησης στη διάρκεια μισής περιόδου.

**Εικόνα 1-1.**

**Η απλή αρμονική ταλάντωση** είναι μια ειδική περίπτωση γραμμικής ταλάντωσης.

Έστω ένα σώμα που κινείται παλινδρομικά πάνω σε ένα άξονα γύρω από το σημείο **O**, που είναι το μέσο της τροχιάς του.



Το σώμα του σχήματος εκτελεί γραμμική ταλάντωση κινούμενο παλινδρομικά γύρω από το σημείο **O**, που είναι το μέσο της τροχιάς του.

**Σχήμα 1-2.**

Αν η απομάκρυνση  $x$  του σώματος δίνεται από τη σχέση

$$x = A \eta \mu \omega t \quad (1.1)$$



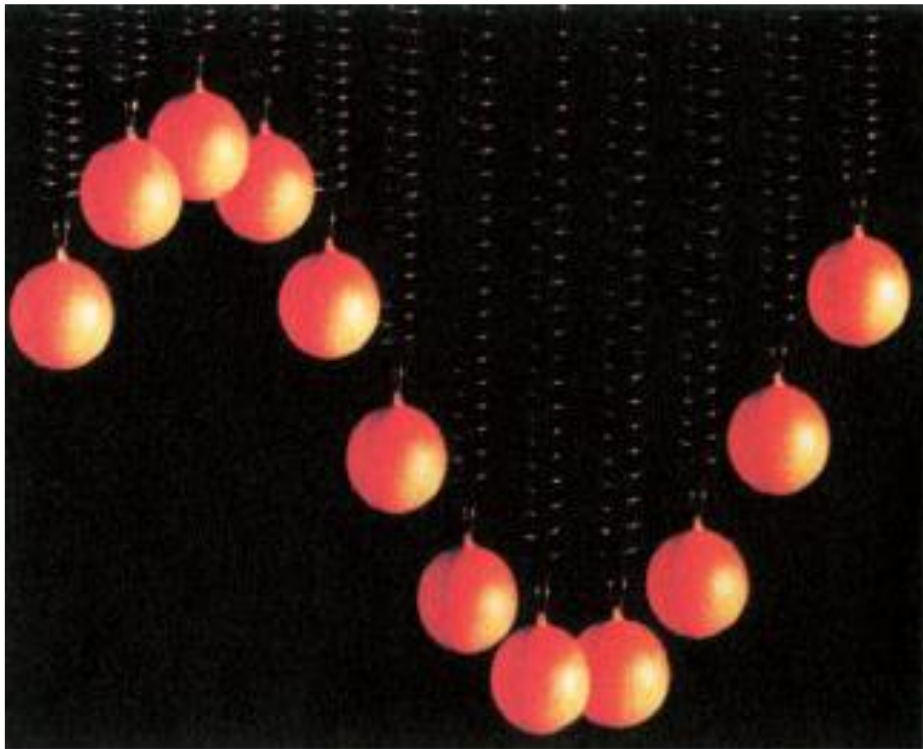
η κίνηση του σώματος ονομάζεται **απλή αρμονική ταλάντωση**. Το **A** είναι η μέγιστη απομάκρυνση, δηλαδή η μέγιστη απόσταση από το σημείο **O** στην οποία φτάνει το κινητό, και ονομάζεται πλάτος της ταλάντωσης.

Η ταχύτητα και η επιτάχυνση του σώματος κάθε στιγμή δίνονται από τις σχέσεις

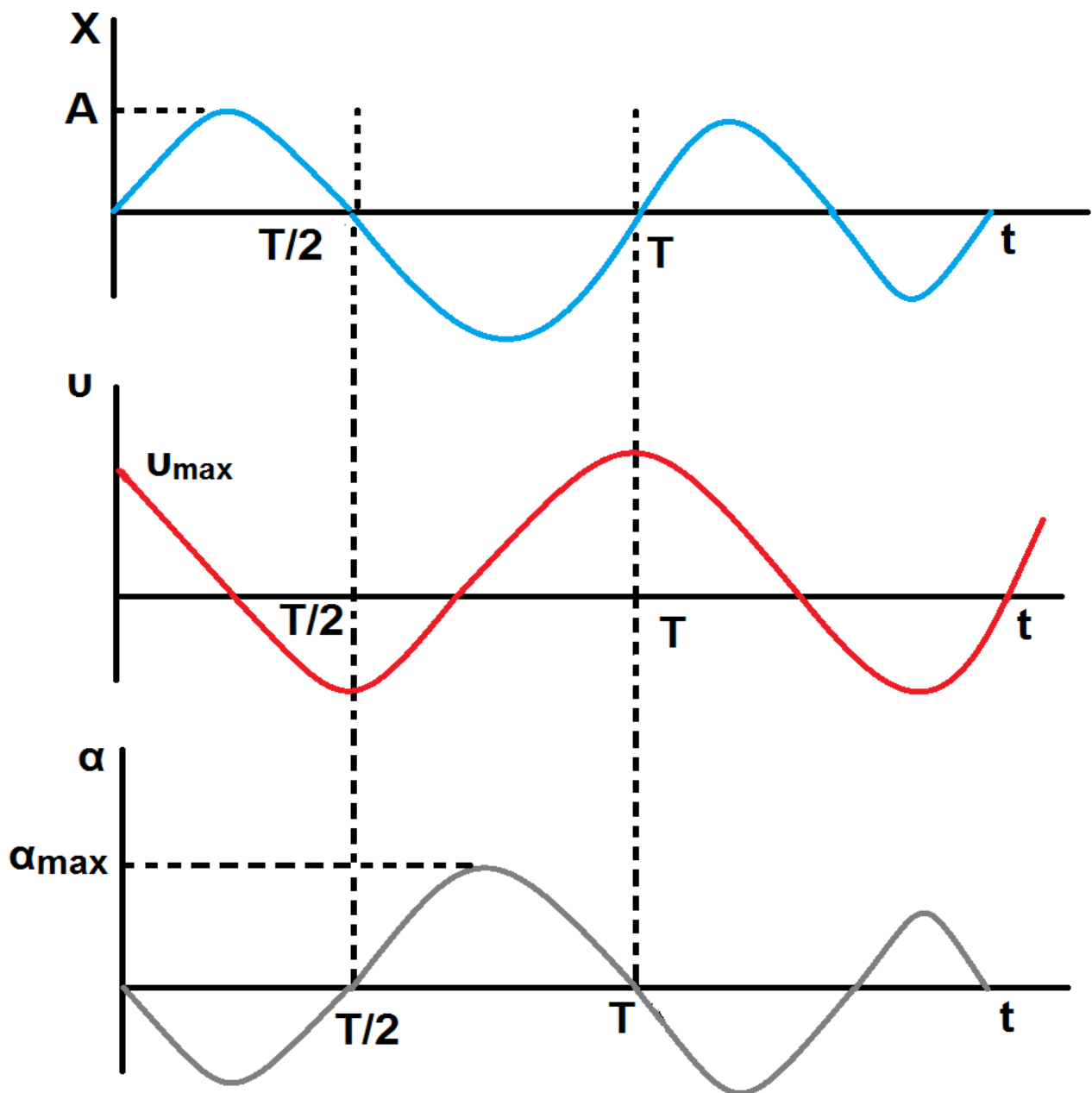
$$v = v_{\max} \sin \omega t \quad (1.2)$$

και  $a = -a_{\max} \cos \omega t \quad (1.3)$

όπου  $v_{\max}$  και  $a_{\max}$  αντίστοιχα η μέγιστη τιμή της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του σώματος. Το σώμα έχει μέγιστη ταχύτητα όταν περνά από τη θέση **O** ( $x = 0$ ) και μέγιστη επιτάχυνση όταν περνάει από τα ακραία σημεία **P** και **P'** ( $x = A$  και  $x = -A$  αντίστοιχα).



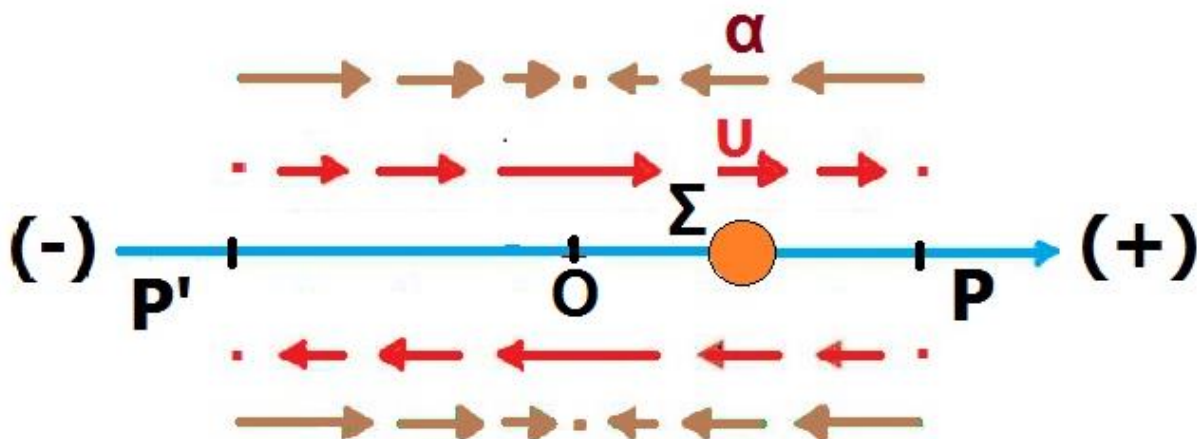
**Διαδοχικά στιγμιότυπα της ταλά-  
ντωσης σφαίρας εξαρτημένης από  
ελατήριο. Το χρονικό διάστημα ανά-  
μεσα σε δύο διαδοχικά στιγμιότυπα  
είναι σταθερό. Στη διάρκεια της φω-  
τογράφισης η φωτογραφική πλάκα  
μετατοπίζεται οριζόντια με σταθερή  
ταχύτητα. Έτσι η φωτογραφία δεί-  
χνει πως μεταβάλλεται η κατακό-  
ρυφη απομάκρυνση σε συνάρτηση  
με το χρόνο.  
Εικόνα 1-2.**



Στα διαγράμματα φαίνεται πώς μεταβάλλεται με το χρόνο η απομάκρυνση, η ταχύτητα και η επιτάχυνση ενός σώματος που κάνει γραμμική αρμονική ταλάντωση.  
**Σχήμα 1-3.**

Για τη μέγιστη ταχύτητα και τη μέγιστη επιτάχυνση ισχύει

$$v_{\max} = \omega A \quad \text{και} \quad a_{\max} = \omega^2 A$$



Το σώμα  $\Sigma$  κάνει απλή αρμονική ταλάντωση. Δίνονται σχηματικά τα διανύσματα της ταχύτητας (κόκκινο χρώμα) και της επιτάχυνσης (καφέ χρώμα), στις διάφορες θέσεις, κατά την κίνησή του. Η ταχύτητα του σώματος είναι μέγιστη τη στιγμή που το σώμα διέρχεται από το σημείο  $O$ , ενώ η επιτάχυνση είναι μέγιστη όταν το σώμα βρίσκεται στις ακραίες θέσεις  $P$  και  $P'$ .

Σχήμα 1-4.

Οι σχέσεις (1.1), (1.2) και (1.3) ισχύουν σε κάθε απλή αρμονική ταλάντωση, με την προϋπόθεση ότι τη χρονική στιγμή μηδέν το κινητό βρίσκεται στο σημείο  $O$  και κινείται κατά τη θετική φορά.

Αν τη χρονική στιγμή μηδέν το κινητό περνά από κάποιο άλλο σημείο, έστω το  $\Gamma$  (σχ. 1.5), που βρίσκεται σε απόσταση  $d$  από το  $O$ .



Το σώμα του σχήματος κάνει απλή αρμονική ταλάντωση με αρχική φάση. Τη στιγμή  $t=0$  βρίσκεται στη θέση  $\Gamma$ .

Σχήμα 1-5.

Οι σχέσεις (1.1), (1.2) και (1.3) διαφοροποιούνται και γίνονται:

$$x = A \eta\mu(\omega t + \varphi) \quad (1.4)$$

$$u = u_{\max} \sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi)$$

$$\alpha = -\alpha_{\max} \eta\mu(\omega t + \varphi)$$

Η γωνία  $\varphi$  βρίσκεται από την (1.4) αν λάβουμε υπόψη ότι τη χρονική στιγμή μηδέν το κινητό βρίσκεται στο . Για  $t = 0$  είναι  $x = d$  και η σχέση (1.4) γίνεται

$$d = A \eta\mu\varphi \text{ επομένως}$$

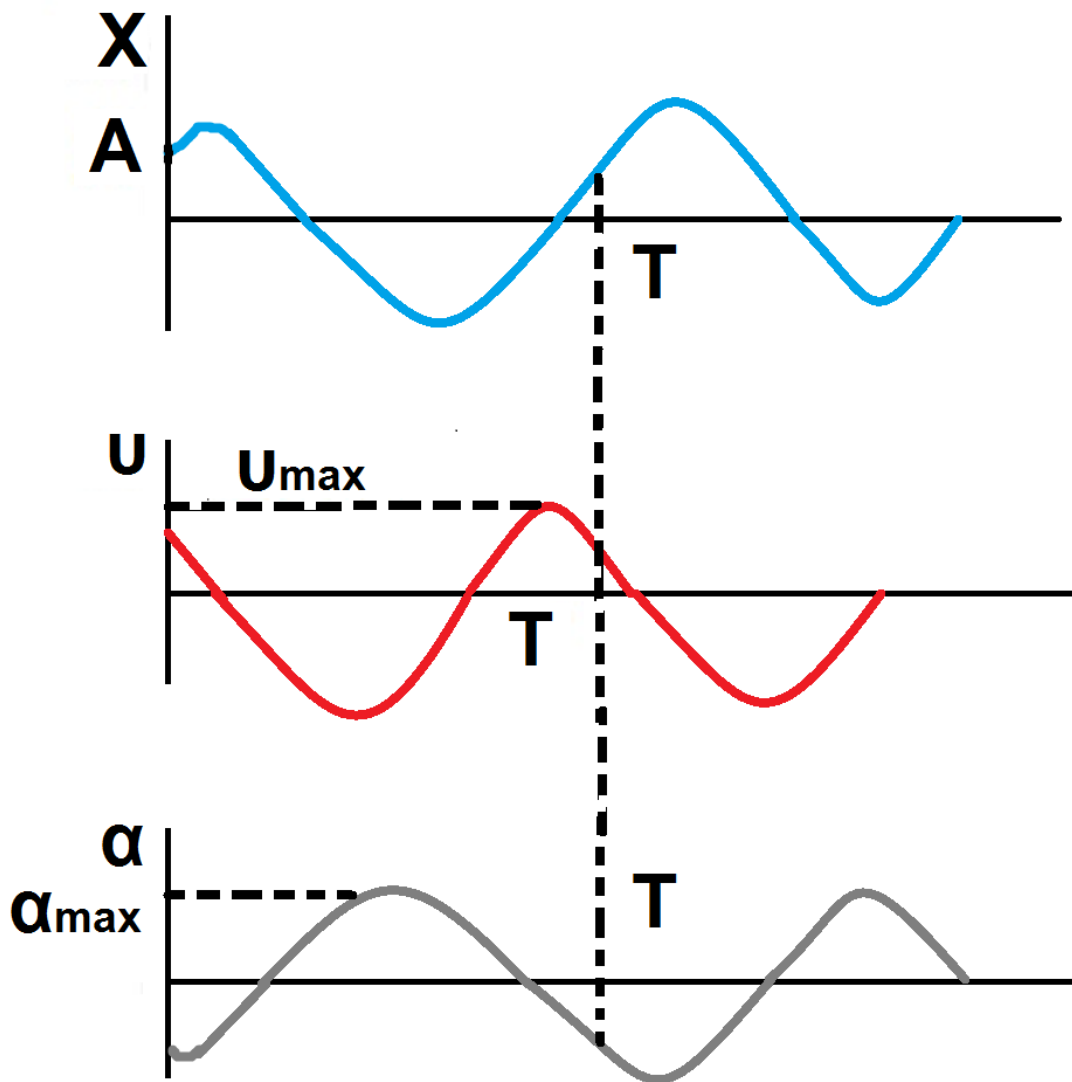
$$\eta\mu\varphi = \frac{d}{A}$$

Η γωνία  $\varphi$  ονομάζεται **αρχική φάση**. Μια τέτοια ταλάντωση λέμε ότι έχει αρχική φάση.

Η γωνία  $(\omega t + \varphi)$  ονομάζεται **φάση της ταλάντωσης**.



**Στη φωτογραφία φαίνονται παιδιά να κάνουν κούνια. Όταν η απομάκρυνση είναι μέγιστη, η ταχύτητα είναι μηδενική.  
Εικόνα 1-3.**



Τα διαγράμματα της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης σε μια ταλάντωση με αρχική φάση.

**Σχήμα 1-6.**



## β) Δυναμική προσέγγιση

Αν ένα κινητό μάζας  $m$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση όπως αναφέραμε, σε μια τυχαία θέση έχει επιτάχυνση  $a$ , ανεξάρτητη από τη φορά της ταχύτητας. Η συνολική δύναμη που δέχεται το σώμα και είναι υπεύθυνη για την επιτάχυνσή του είναι

$$F = ma \quad (1.5)$$

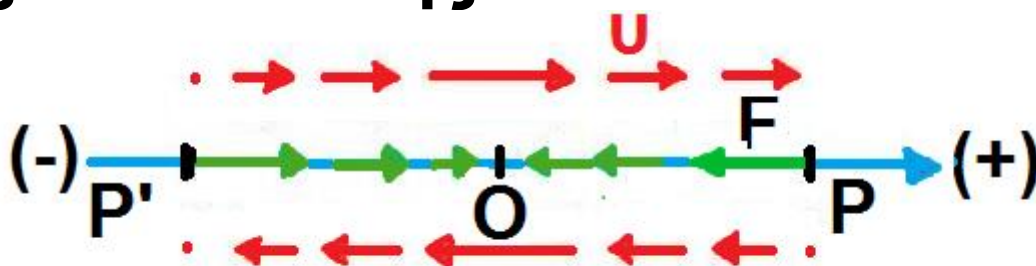
Η (1.5) γίνεται από την (1.3)

$$\begin{aligned} & F = -ma_{\max} \eta \mu \omega t \\ \text{ή} & F = -m\omega^2 A \eta \mu \omega t \quad (1.6) \end{aligned}$$

και επειδή  $x = A \eta \mu \omega t$  η (1.6) γίνεται

$$F = -m\omega^2 x \quad (1.7)$$

Από τη σχέση αυτή φαίνεται ότι όταν ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση η συνολική δύναμη που δέχεται είναι ανάλογη με την απομάκρυνση του σώματος από το μέσο  $O$  της τροχιάς του και έχει αντίθετη φορά από αυτήν. Όταν το σώμα περνά από το σημείο  $O$  η συνολική δύναμη που δέχεται ισούται με μηδέν. Για το λόγο αυτό, το σημείο  $O$  ονομάζεται **θέση ισορροπίας** της ταλάντωσης.



Στο σχήμα δίνονται σχηματικά τα διανύσματα της ταχύτητας (κόκκινο χρώμα) και της δύναμης (πράσινο χρώμα), στις διάφορες θέσεις, κατά την ταλάντωση ενός σώματος.

**Σχήμα 1-7.**

Αν συμβολίσουμε με  $D$  το γινόμενο  $m\omega^2$  η (1.7) γράφεται

$$F = -Dx$$

Η παραπάνω σχέση είναι γνωστή και σαν συνθήκη για την παραγωγή απλής αρμονικής ταλάντωσης.

Η δύναμη  $F$  ονομάζεται **δύναμη επαναφοράς** (γιατί τείνει να επαναφέρει το σώμα στη θέση ισορροπίας) και η σταθερά αναλογίας  $D$  **σταθερά επαναφοράς**.

Αν σε κάποια ταλάντωση είναι γνωστή η σταθερά επαναφοράς, μπορούμε να υπολογίσουμε την περίοδό της.

Από τη σχέση

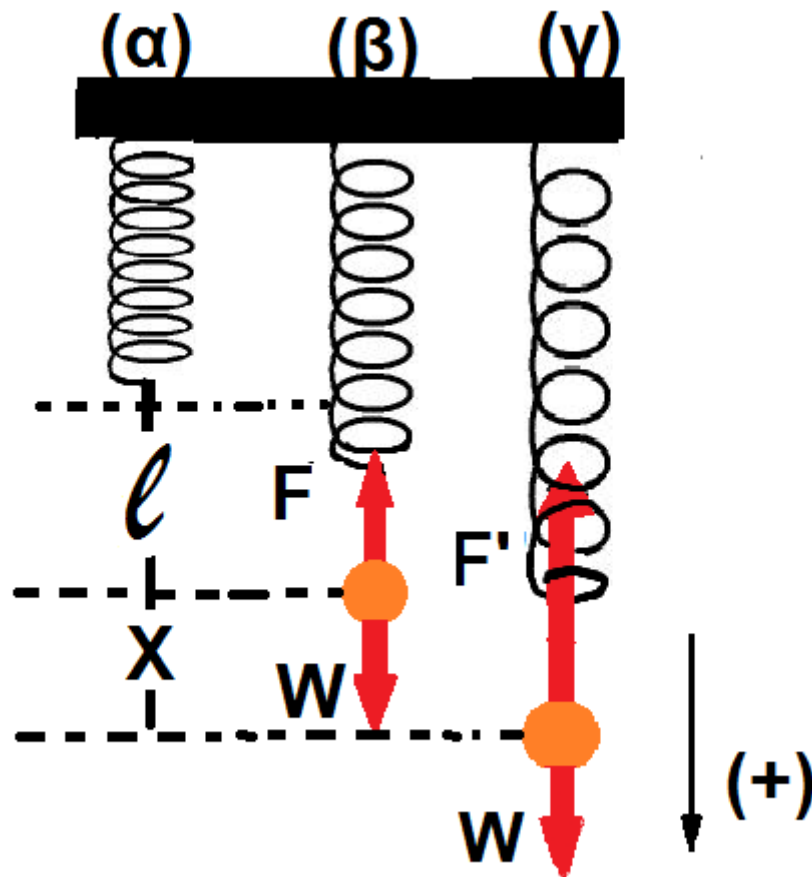
$$D = m\omega^2 = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$$

προκύπτει

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} \quad (1.8)$$

### Παράδειγμα 1.1

Σώμα μάζας  $m$  έχει προσδεθεί στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Απομακρύνουμε το σώμα κατακόρυφα και το αφήνουμε ελεύθερο. Να υπολογιστεί η περίοδος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει.



**Σχήμα 1-8.**

**Απάντηση:**

Δεν είναι δυνατόν να εφαρμόσουμε τη σχέση

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}} \quad (1.8)$$

που ισχύει μόνο στις αρμονικές ταλαντώσεις, αν πρώτα δεν αποδείξουμε ότι η κίνηση του

σώματος είναι απλή αρμονική ταλάντωση. Για να γίνει αυτό θα αποδείξουμε ότι η συνισταμένη δύναμη σε μια τυχαία θέση του σώματος είναι ανάλογη της απομάκρυνσής του από τη θέση ισορροπίας και αντίθετης φοράς. Το σώμα αρχικά ισορροπεί έχοντας επιμηκύνει το ελατήριο κατά  $l$  (σχ. 1.8.β). Κατά την ισορροπία του σώματος ισχύει

$$F = w \quad (1.9).$$

Έστω μια τυχαία θέση στην οποία θα βρεθεί το σώμα κάποια στιγμή κατά τη διάρκεια της ταλάντωσής του. Θεωρώντας θετική φορά τη φορά της απομάκρυνσης  $x$  από τη θέση ισορροπίας του θα ισχύει:

$$F_{ολ} = w - F'$$

ή, λόγω της (1.9),

$$F_{ολ} = F - F' \quad (1.10)$$

Σύμφωνα με το νόμο του Hooke

$F = K\ell$  και  $F' = K(\ell + x)$ , οπότε η (1.10) γίνεται:

$$F_{ολ} = -Kx \quad (1.11)$$

Από την (1.11) παρατηρούμε ότι η συνισταμένη δύναμη είναι ανάλογη της απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας και αντίθετης φοράς.

Επομένως η κίνηση είναι αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς τη σταθερά  $K$  του ελατηρίου

Η σχέση (1.8) ισχύει και γίνεται

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$$

### γ) Ενεργειακή προσέγγιση

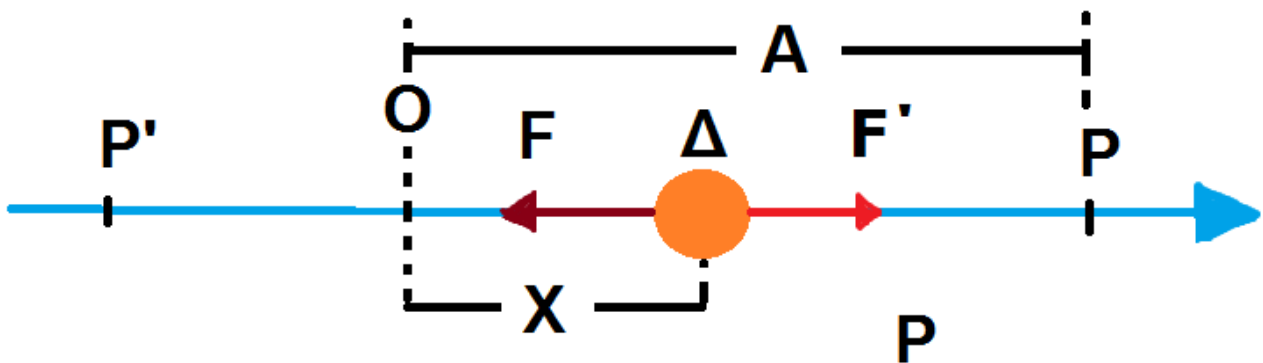
Έστω και πάλι το σώμα που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Το σώμα, σε μια τυχαία θέση, έχει κινητική ενέργεια

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 \sin^2 \omega t = \\ &= \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2 \omega t \end{aligned} \quad (1.12)$$

Αν δεχτούμε ότι στη θέση **O** το σώμα έχει δυναμική ενέργεια μηδέν, σε κάθε άλλη θέση θα έχει δυναμική ενέργεια που υπολογίζεται ως εξής:



Εάν το σώμα βρίσκεται στο σημείο  $O$  και είναι ακίνητο, για να μετακινηθεί στη θέση  $\Delta$ , που απέχει απόσταση  $x$  από τη θέση ισορροπίας, πρέπει να του ασκηθεί δύναμη  $F'$  τέτοια ώστε να εξουδετερώνει τη δύναμη επαναφοράς  $F$ . Το μέτρο αυτής της δύναμης, σε κάθε θέση, θα είναι  $F' = Dx$ .



**Σχήμα 1-9**

Το έργο της δύναμης  $F'$  υπολογίζεται από τη γραφική παράσταση  $F' = f(x)$ , (σχ. 1.10) και

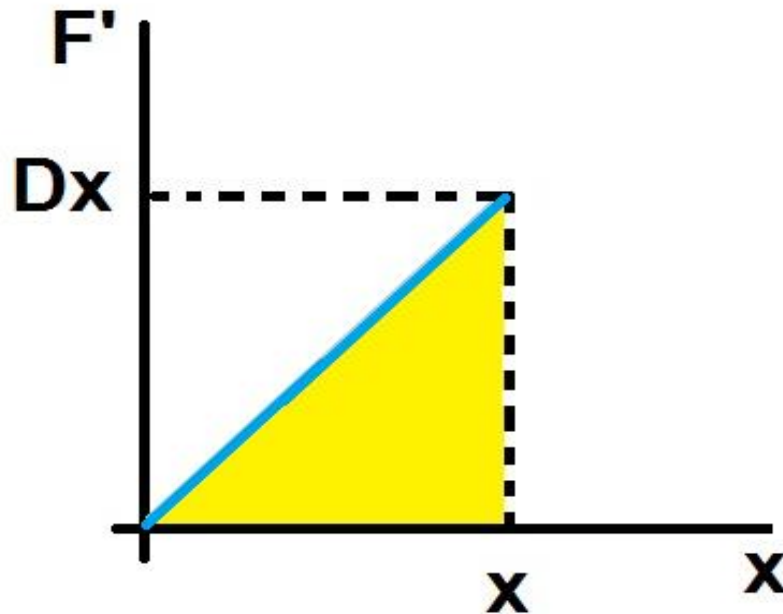
$$\text{είναι } W = \frac{1}{2} Dx^2.$$

Το έργο της δύναμης  $F'$  αποθηκεύεται ως δυναμική ενέργεια στο σύστημα, επομένως

$$U = \frac{1}{2} D x^2 \quad (1.13)$$

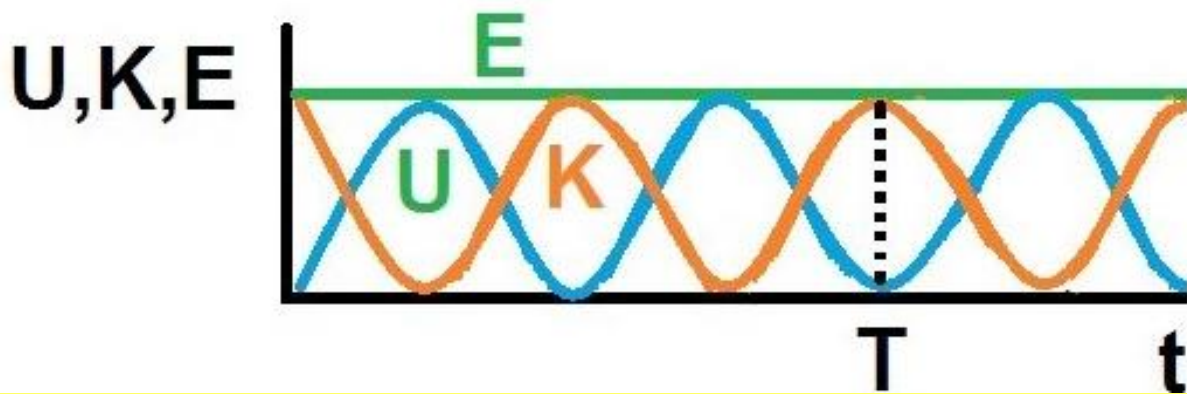
Όμως  $D = m\omega^2$  και  $x = A \eta \mu \omega t$ , οπότε η (1.13) γίνεται

$$U = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \eta^2 \mu^2 \omega t \quad (1.14)$$



Για να μετατοπιστεί κατά  $x$ , στο σώμα ασκούμε δύναμη  $F'=Dx$ . Το εμβαδόν της επιφάνειας μεταξύ του διαγράμματος και του άξονα των  $x$  είναι αριθμητικά ίσο με το έργο που απαιτήθηκε για τη μετατόπιση.  
**Σχήμα 1-10.**

Από τις σχέσεις (1.12) και (1.14) προκύπτει ότι η κινητική και η δυναμική ενέργεια στην απλή αρμονική ταλάντωση μεταβάλλονται περιοδικά με το χρόνο (σχ. 1.11)



Στο διάγραμμα παριστάνονται η κινητική, η δυναμική και η συνολική ενέργεια της ταλάντωσης, σε συνάρτηση με το χρόνο.

**Σχήμα 1-11.**

Η ενέργεια ταλάντωσης του συστήματος σε μια τυχαία θέση δίνεται από τη σχέση  $E = K + U$  η οποία από τις (1.12) και (1.14) γίνεται:

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 (\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t) = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2$$

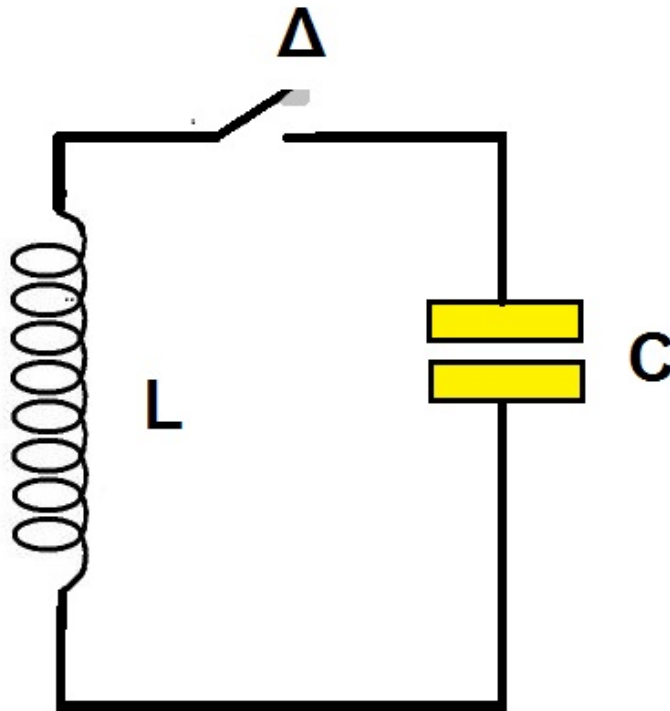
$$E = \frac{1}{2}DA^2$$

ή

$$E = \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = \frac{1}{2}m v_{\max}^2$$

Η ενέργεια στην απλή αρμονική ταλάντωση είναι σταθερή και ανάλογη με το τετράγωνο του πλάτους

## (1.4.) Ηλεκτρικές Ταλαντώσεις



Στους οπλισμούς πυκνωτή έχει συνδεθεί μέσω διακόπτη ιδανικό πηνίο. Ένα τέτοιο κύκλωμα ονομάζεται κύκλωμα LC.

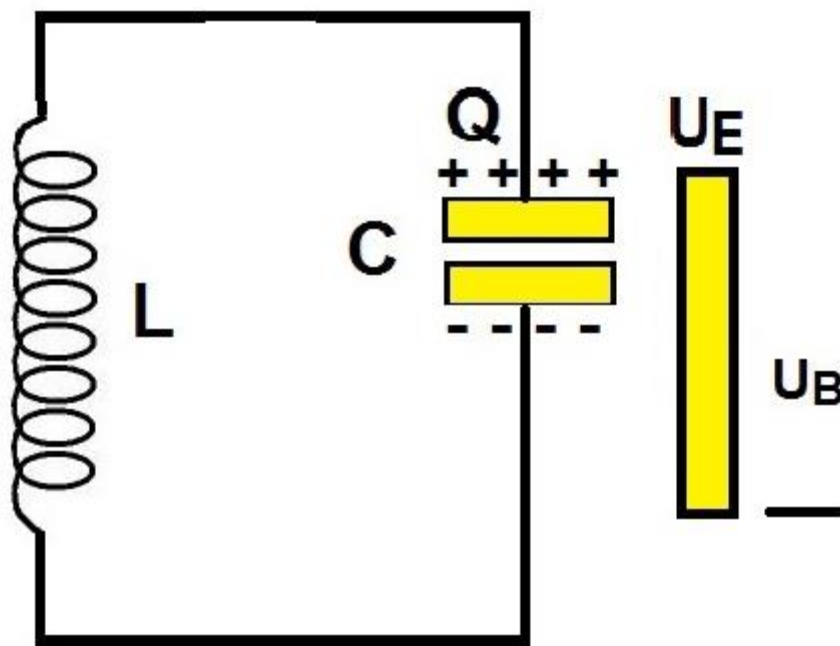
**Σχήμα 1-12.**

Στους οπλισμούς πυκνωτή χωρητικότητας  $C$  (σχ. 1.12) συνδέουμε πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής  $L$ . Το πηνίο και οι αγωγοί δεν έχουν αντίσταση

Φορτίζουμε τον πυκνωτή (π.χ. φέρνοντας σε επαφή τους οπλισμούς του με τους πόλους πηγής συνεχούς τάσης) με φορτίο  $Q$  και κλείνουμε το διακόπτη  $\Delta$  (σχ.1.13α). Αρχίζει τότε η εκφόρτιση του πυκνωτή και το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα. Η ένταση του ρεύματος, λόγω της αυτεπαγωγής του πηνίου, αυξάνεται σταδιακά και γίνεται μέγιστη ( $\ell$ ) τη στιγμή της πλήρους εκφόρτισης του πυκνωτή (σχ.1.13β).

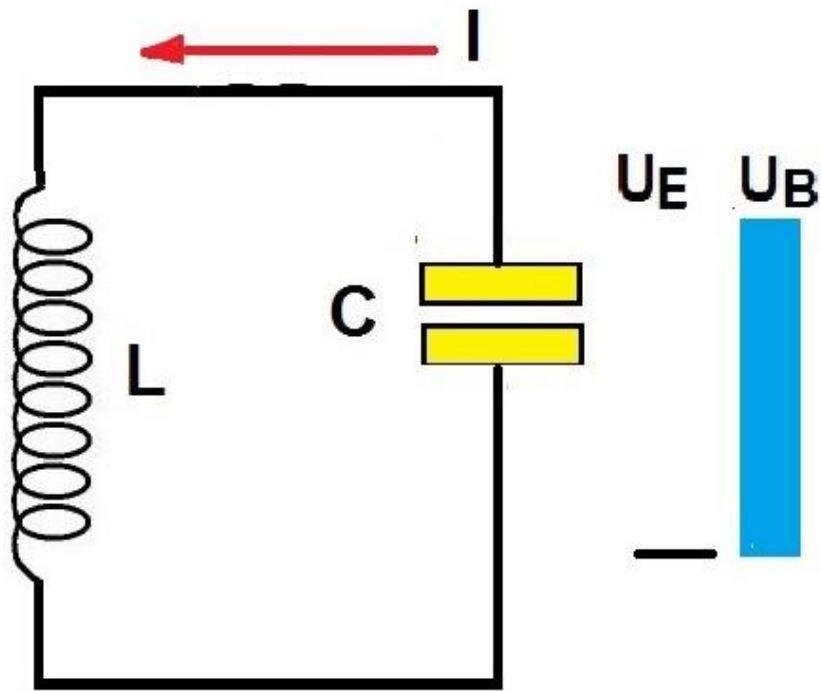
Το ρεύμα, εξαιτίας του φαινομένου της αυτεπαγωγής στο πηνίο, δε μηδενίζεται αμέσως μετά την εκφόρτιση του πυκνωτή. Το κύκλωμα συνεχίζει για λίγο χρόνο να διαρρέεται από ρεύμα που συνεχώς ελαττώνεται.

Η κίνηση αυτή των φορτίων έχει ως αποτέλεσμα ο πυκνωτής να φορτιστεί πάλι, τώρα όμως με αντίθετη πολικότητα. Όταν το ρεύμα μηδενιστεί ο πυκνωτής θα έχει αποκτήσει πάλι φορτίο  $Q$  (σχ. 1.13γ).

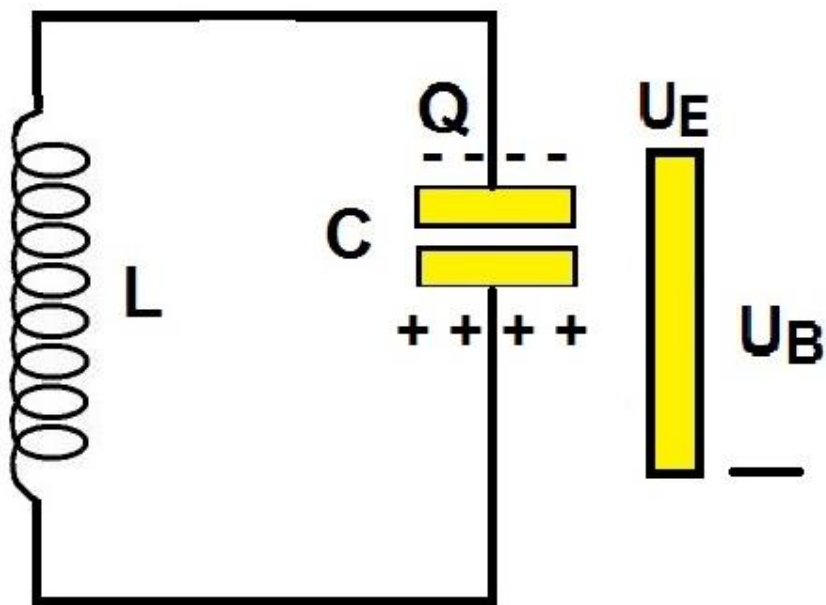


(α)  $t=0$

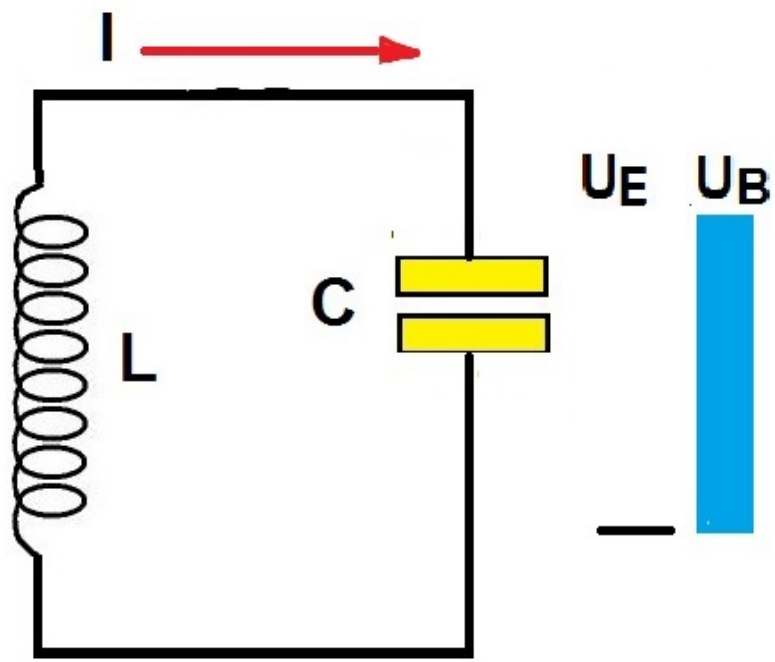




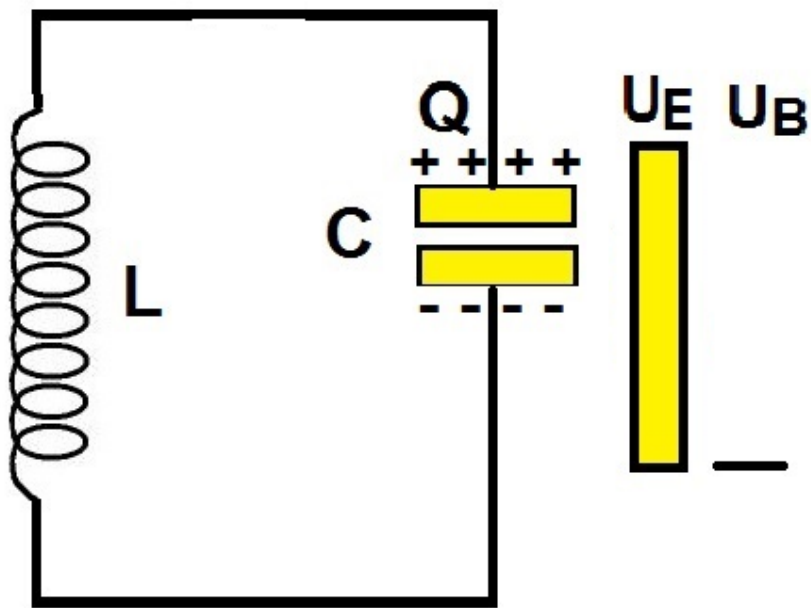
(β)  $t = T/4$



(γ)  $t = T/2$



(δ)  $t = 3T/4$



(ε)  $t = T$

Τη στιγμή μηδέν, που ο πυκνωτής έχει φορτίο  $Q$ , κλείνουμε το διακόπτη. Στο σχήμα φαίνονται διάφορες φάσεις της ηλεκτρικής ταλάντωσης του κυκλώματος κατά τη διάρκεια μιας περιόδου.  
**Σχήμα 1-13.**

Στη συνέχεια η διαδικασία επαναλαμβάνεται αντίστροφα. Ο πυκνωτής αρχίζει να εκφορτίζεται, το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα και το κύκλωμα επανέρχεται στην αρχική του κατάσταση (σχ. 1.13δ-ε).

Στην ιδανική περίπτωση που δεν υπάρχουν απώλειες ενέργειας η διαδικασία επαναλαμβάνεται συνέχεια. Το φαινόμενο ονομάζεται **ηλεκτρική ταλάντωση**.

Αποδεικνύεται ότι το φορτίο του πυκνωτή μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση

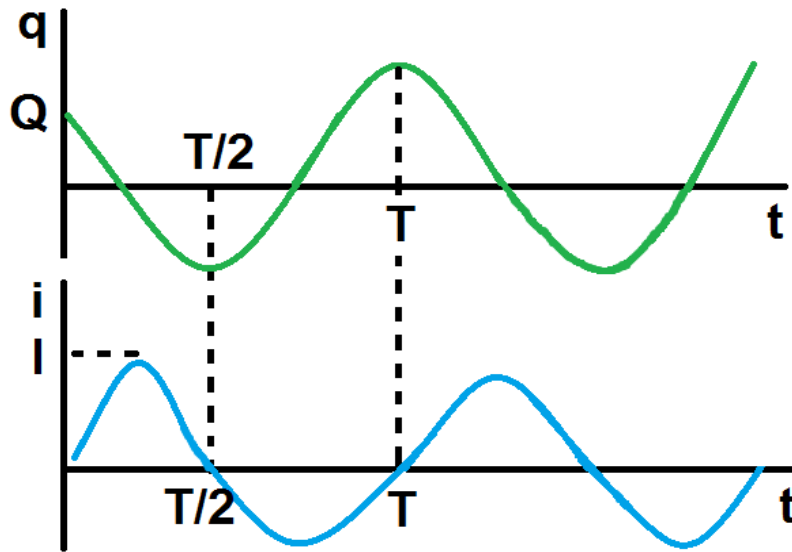
$$q = Q \sin \omega t \quad (1.15)$$

και η ένταση του ρεύματος στο πηνίο, σύμφωνα με τη σχέση

$$i = -I \eta \mu \omega t \quad (1.16)$$

όπου  $I = Q\omega$

Στις σχέσεις αυτές, χρονική στιγμή μηδέν θεωρείται η στιγμή που κλείνουμε το διακόπτη. Θετική θεωρείται η φορά του ρεύματος όταν αυτό κατευθύνεται προς τον οπλισμό του πυκνωτή που για  $t = 0$  ήταν θετικά φορτισμένος.



Οι γραφικές παραστάσεις του φορτίου στον πυκνωτή και του ρεύματος σε συνάρτηση με το χρόνο, σε κύκλωμα LC.  
**Σχήμα 1-14.**

Από ενεργειακή άποψη, η αρχική ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου στον πυκνωτή  $U_E = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$  με την εκφόρτισή του ελαττώνεται και μετατρέπεται σε ενέργεια μαγνητικού πεδίου στο πηνίο

$$U_B = \frac{1}{2}LI^2.$$

Όταν ο πυκνωτής εκφορτιστεί εντελώς η ενέργειά του είναι μηδενική και όλη η ενέργειά του έχει μετατραπεί σε ενέργεια μαγνητικού πεδίου στο πηνίο, η οποία τώρα έχει αποκτήσει τη μέγιστη τιμή της

$$U_B = \frac{1}{2}LI^2.$$

Στη συνέχεια αυτή η διαδικασία γίνεται αντίστροφα, μειώνεται η ενέργεια στο πηνίο και αυξάνεται στον πυκνωτή, μέχρι την πλήρη φόρτισή του οπότε το κύκλωμα επανέρχεται ενεργειακά στην αρχική του κατάσταση. Η όλη διαδικασία επαναλαμβάνεται.

**Οι ενέργειες του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου κάποια στιγμή είναι, αντίστοιχα**

$$U_E = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \quad (1.17)$$

και 
$$U_E = \frac{1}{2} LI^2 \quad (1.18)$$

**Η ολική ενέργεια του κυκλώματος στην ιδανική περίπτωση όπου δεν υπάρχουν απώλειες θεωρείται σταθερή και είναι**

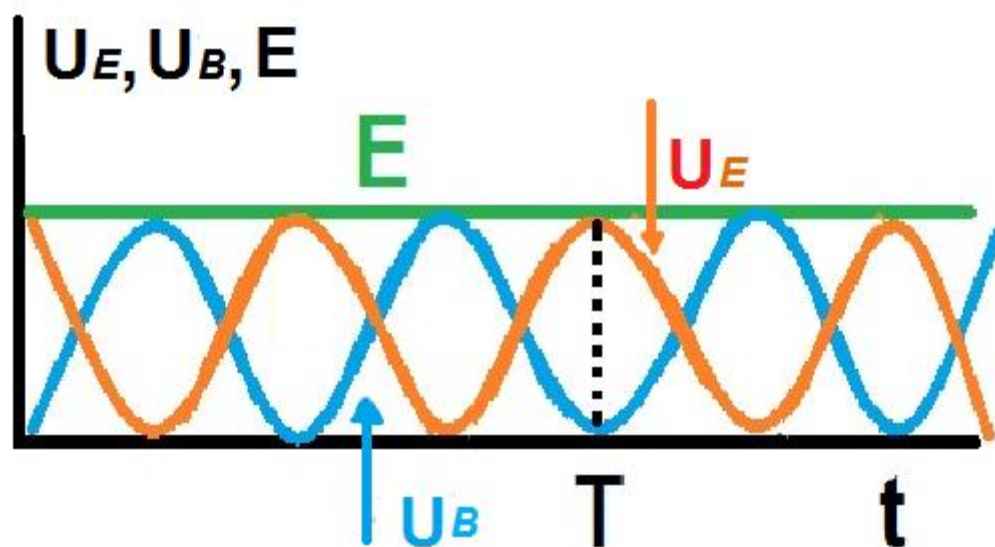
$$E = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} LI^2$$

Η σχέση (1.17) γίνεται από την (1.15)

$$U_E = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \sin^2 \omega t = E \sin^2 \omega t \quad (1.19)$$

και η (1.18) από την (1.16)

$$U_B = \frac{1}{2} LI^2 \eta \mu^2 \omega t = E \eta \mu^2 \omega t \quad (1.20)$$



Η ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου στον πυκνωτή μετατρέπεται περιοδικά σε ενέργεια μαγνητικού πεδίου στο πηνίο.

**Σχήμα 1-15.**



Από τις σχέσεις (1.19) και (1.20) φαίνεται αυτό που προηγουμένως περιγράψαμε ποιοτικά ότι δηλαδή η ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου στον πυκνωτή μετατρέπεται περιοδικά σε ενέργεια μαγνητικού πεδίου στο πηνίο και αντίστροφα.

Στο σχήμα 1.15 βλέπουμε τις γραφικές παραστάσεις των  $U_E$  και  $U_B$  σε συνάρτηση με το χρόνο. Να σημειωθεί ότι το άθροισμα  $U_E$  και  $U_B$  διατηρείται σταθερό.

Περιγράψαμε την ηλεκτρική ταλάντωση με την προϋπόθεση ότι η ενέργεια του συστήματος διατηρείται. Η κατάσταση αυτή, όμως, είναι ιδανική.

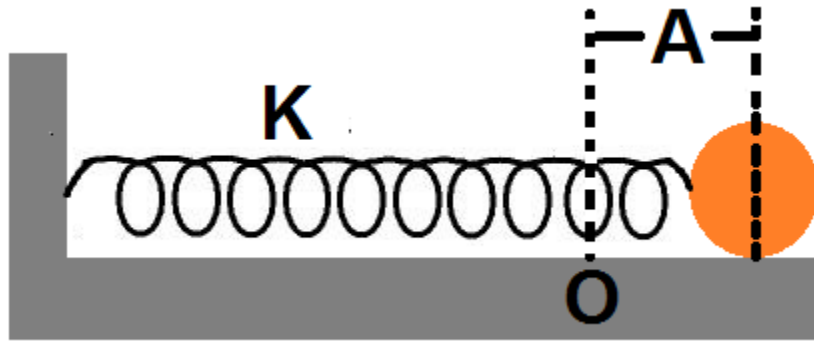
Στην πραγματικότητα υπάρχουν δυο λόγοι για τους οποίους η ενέργεια του συστήματος μειώνεται.

Πρώτον, οι αγωγοί του συστήματος έχουν αντίσταση κι επομένως ένα μέρος της ενέργειας μετατρέπεται σε θερμότητα. Δεύτερον, τα κυκλώματα ηλεκτρικών ταλαντώσεων εκπέμπουν ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία, δηλαδή χάνουν ενέργεια.

Η περίοδος  $T$  ενός τέτοιου ιδανικού κυκλώματος είναι

$$T = 2\pi\sqrt{LC} \quad (1.21)$$

Αξιοσημείωτο είναι ότι η περίοδος εξαρτάται μόνο από τη χωρητικότητα και την αυτεπαγωγή του κυκλώματος.



Η ηλεκτρική ταλάντωση παρουσιάζει αναλογίες με την ταλάντωση που εκτελεί το σώμα του σχήματος.  
**Σχήμα 1-16.**

## Παρατήρηση

Η ηλεκτρική ταλάντωση ενός τέτοιου κυκλώματος, παρουσιάζει αναλογίες με την απλή αρμονική ταλάντωση που εκτελεί σώμα μάζας  $m$  προσδεμένο σε ιδανικό ελατήριο σταθεράς  $K$ .

Αν το σώμα στο **σχήμα 1.16** απομακρυνθεί από τη θέση ισορροπίας και αφεθεί ελεύθερο να κινηθεί, χωρίς τριβές, θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.

Αν ως χρονική στιγμή μηδέν θεωρηθεί η στιγμή κατά την οποία αφέθηκε ελεύθερο, η ταλάντωση θα έχει αρχική φάση  $\pi/2$ .

Οι σχέσεις που περιγράφουν την απομάκρυνση και την ταχύτητα του σώματος κάθε στιγμή είναι

$$x = A \eta \mu(\omega t + \pi/2) = A \sigma \upsilon \nu \omega t$$

$$u = u_{\max} \sigma \upsilon \nu(\omega t + \pi/2) = -u_{\max} \eta \mu \omega t$$

Στην ηλεκτρική ταλάντωση το φορτίο στον πυκνωτή και το ρεύμα στο κύκλωμα μεταβάλλονται όπως η απομάκρυνση και η ταχύτητα στη μηχανική ταλάντωση που περιγράψαμε.

Στο μηχανικό σύστημα, η αρχική δυναμική ενέργεια  $\frac{1}{2}kA^2$

μετατρέπεται περιοδικά σε κινητική, ενώ η συνολική ενέργεια - μηχανική ενέργεια - διατηρείται. Αντίστοιχα στο κύκλωμα LC, η αρχική

ενέργεια  $E = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$  - ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου - μετατρέπεται περιοδικά σε ενέργεια μαγνητικού πεδίου, ενώ η συνολική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.

## Παράδειγμα 1.2

Κύκλωμα **LC** αποτελείται από πηνίο συντελεστή αυτεπαγωγής

**$L = 2\text{mH}$** , και πυκνωτή χωρητικότητας  **$C = 5\mu\text{F}$** . Φέρουμε στιγμιαία τους οπλισμούς του πυκνωτή σε επαφή με πηγή τάσης  **$V = 20\text{V}$** .

α) Να υπολογιστεί η συχνότητα των ηλεκτρικών ταλαντώσεων στο κύκλωμα.

β) Να γραφούν οι σχέσεις που δίνουν το φορτίο στον πυκνωτή και το ρεύμα στο κύκλωμα σε συνάρτηση με το χρόνο.

**Απάντηση:**

α) Η περίοδος των ηλεκτρικών ταλαντώσεων στο κύκλωμα είναι

$$T = 2\pi\sqrt{LC}$$

Επομένως η συχνότητα  **$f = 1/T$**  είναι

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 16 \times 10^2 \text{ Hz}$$

β) Αν στιγμή μηδέν θεωρηθεί η στιγμή κατά την οποία φορτίστηκε ο πυκνωτής από την πηγή, το φορτίο που απέκτησε ο πυκνωτής εκείνη τη στιγμή είναι

$$Q = CV = (5 \times 10^{-6} \text{ F}) \cdot (20 \text{ V}) = 10^{-4} \text{ C}$$

Η γωνιακή συχνότητα είναι

$$\omega = 2\pi f = 10^4 \text{ rad/s}$$

Επομένως η σχέση που δίνει το φορτίο στον πυκνωτή σε συνάρτηση με το χρόνο είναι

$$q = Q \sin \omega t = 10^{-4} \sin 10^4 t \quad (\text{S.I.})$$

Αν θεωρήσουμε ότι η ενέργεια στο κύκλωμα διατηρείται, η μέγιστη ενέργεια μαγνητικού πεδίου στο πηνίο είναι ίση με τη μέγιστη ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου στον πυκνωτή, επομένως

$$\frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} L I^2 \quad \text{άρα } I = \frac{Q}{\sqrt{LC}} = 1,4$$

Η σχέση που δίνει το ρεύμα στο κύκλωμα σε συνάρτηση με το χρόνο είναι

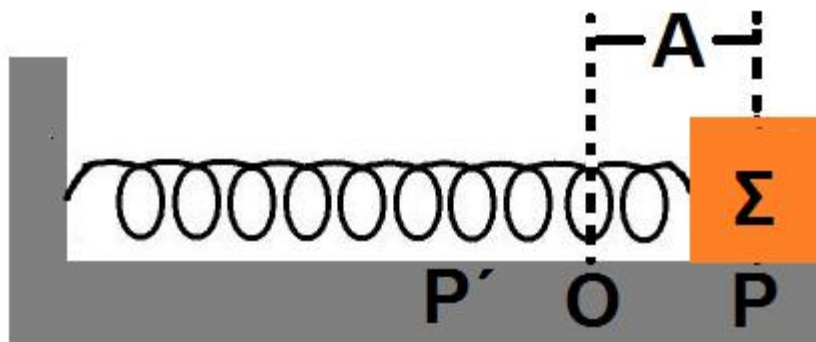
$$i = -I \eta \mu \omega t = -\eta \mu 10^4 t \quad (\text{S.I.})$$

## (1.5.) Φθίνουσες ταλαντώσεις

### α. Μηχανικές Ταλαντώσεις

Το σώμα  $\Sigma$  του σχήματος 1.17 απομακρύνεται κατά  $A$  από τη θέση ισορροπίας και αφήνεται ελεύθερο στη θέση  $P$ . Όταν ολοκληρώσει μια ταλάντωση, όσο μικρή και αν είναι η τριβή του με το δάπεδο, δε θα επιστρέψει στο σημείο  $P$ .





Απομακρύνουμε το σώμα  $\Sigma$  από τη θέση ισορροπίας  $O$  και το αφήνουμε ελεύθερο στο σημείο  $P$ . Το σώμα λόγω τριβών δεν επιστρέφει στο  $P$ . Σχήμα 1-17.

Αν το σώμα συνεχίσει την ταλάντωσή του, χωρίς εξωτερική επέμβαση, το πλάτος της ταλάντωσης συνεχώς θα μειώνεται και μετά από ορισμένο χρόνο θα σταματήσει. Μια τέτοια ταλάντωση ονομάζεται **φθίνουσα ή αποσβεννύμενη ταλάντωση**. Φθίνουσα είναι η ταλάντωση που κάνει ένα σώμα όταν

**είναι κρεμασμένο από ελατήριο και κινείται μέσα στον αέρα, όπως και η ταλάντωση του εκκρεμούς. Όλες οι ταλαντώσεις στο μακρόκοσμο είναι φθίνουσες γιατί καμιά κίνηση δεν είναι απαλλαγμένη από τριβές και αντιστάσεις.**

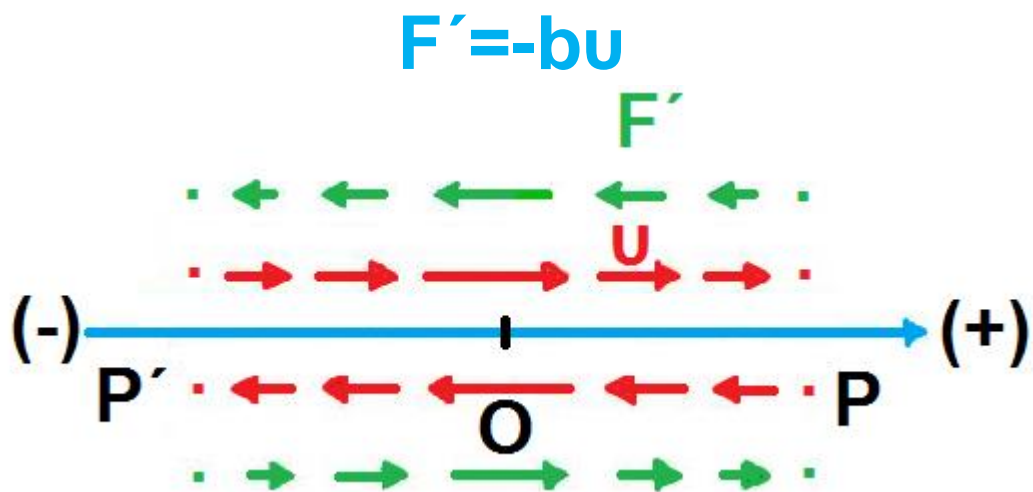


**Ο καταδύτης θέτει σε ταλάντωση το βατήρα. Το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται, λόγω τριβών.  
Εικόνα 1-4.**

Η **απόσβεση** (ελάττωση του πλάτους) οφείλεται σε δυνάμεις που αντιτίθενται στην κίνηση. Οι δυνάμεις αυτές μεταφέρουν ενέργεια από το ταλαντούμενο σύστημα στο περιβάλλον.

Έτσι, η μηχανική ενέργεια του συστήματος με την πάροδο του χρόνου ελαττώνεται και το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται.

Ιδιαίτερη σημασία έχουν οι φθίνουσες ταλαντώσεις στις οποίες η αντιτιθέμενη δύναμη είναι ανάλογη της ταχύτητας

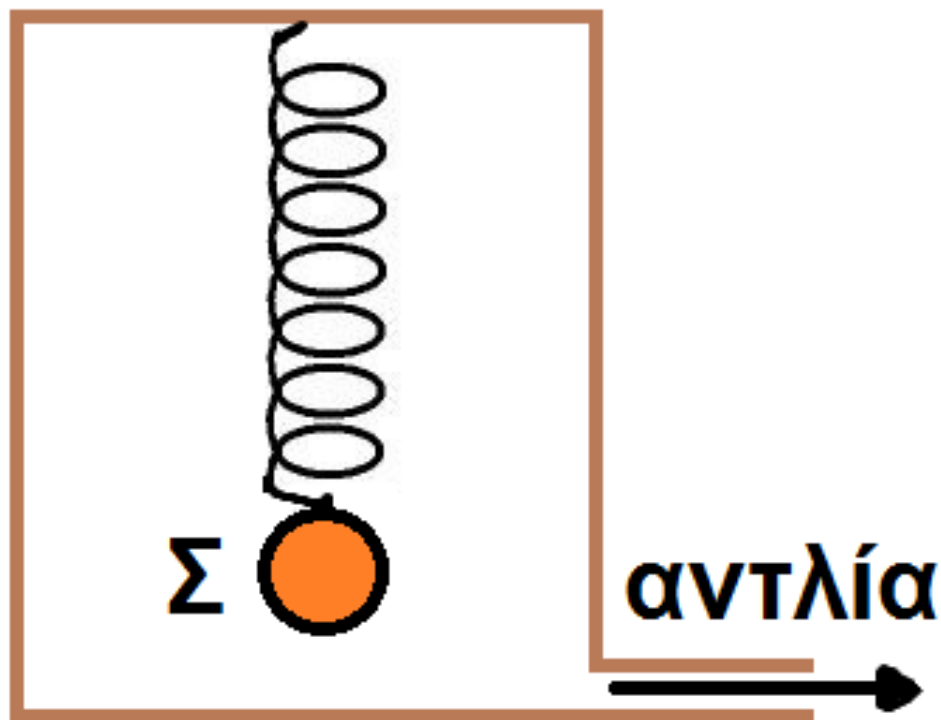


Στο σχήμα παριστάνονται σχηματικά τα διανύσματα της ταχύτητας (κόκκινο χρώμα) και της δύναμης  $F'$  που αντιτίθεται στην κίνηση (πράσινο χρώμα) στις διάφορες θέσεις κατά την ταλάντωση ενός σώματος. **Σχήμα 1-18.**

Τέτοια δύναμη είναι η δύναμη αντίστασης που ασκείται σε μικρά αντικείμενα που κινούνται μέσα στον αέρα ή μέσα σε υγρό.

Το  $b$  είναι μια σταθερά που ονομάζεται **σταθερά απόσβεσης** και εξαρτάται από τις ιδιότητες του μέσου

καθώς και από το σχήμα και το μέγεθος του αντικειμένου που κινείται. Ο ρυθμός με τον οποίο μειώνεται το πλάτος μιας ταλάντωσης εξαρτάται από την τιμή της σταθεράς  $b$ .



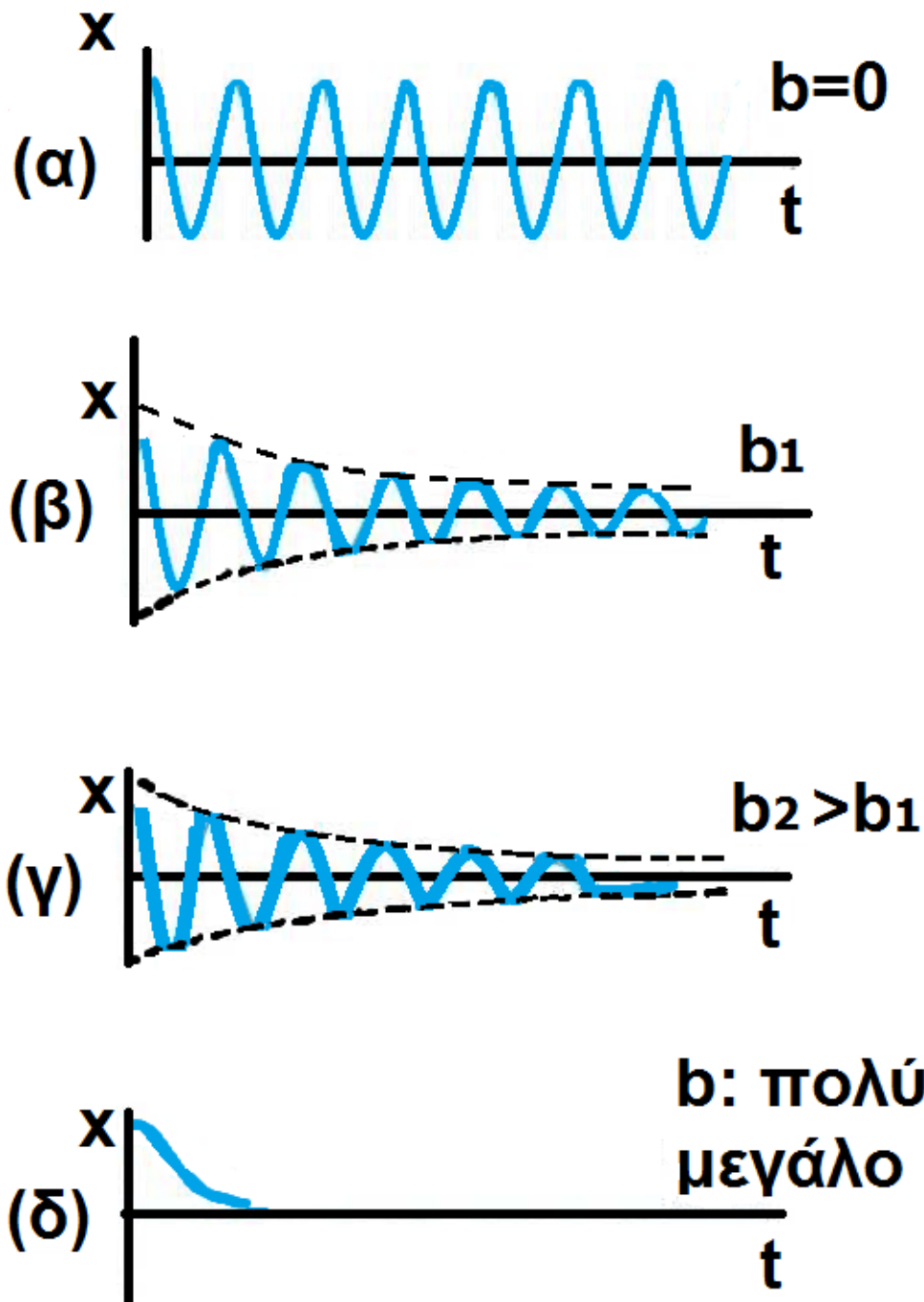
Μεταβάλλοντας την πίεση μέσα στο δοχείο μεταβάλλουμε τη σταθερά απόσβεσης του ταλαντούμενου συστήματος.

**Σχήμα 1-19.**

Πειραματικά ο ρόλος της σταθεράς  $b$  σε μια φθίνουσα ταλάντωση μπορεί να φανεί με τον εξής τρόπο: Με τη χρήση μιας αεραντλίας μπορούμε να μεταβάλλουμε την πίεση του αέρα στο εσωτερικό του δοχείου (σχ. 1.19), μέσα στο οποίο ταλαντώνεται η σφαίρα  $\Sigma$ . Η μεταβολή της πίεσης μέσα στο δοχείο μεταβάλλει τη σταθερά απόσβεσης  $b$ . Στην περίπτωση που το ελατήριο είναι ιδανικό, αν αφαιρούσαμε όλο τον αέρα -κάτι που στην πράξη είναι αδύνατο- η σταθερά απόσβεσης θα ήταν μηδέν και η ταλάντωση αμείωτη (σχ. 1.20α). Όταν αυξάνεται η πίεση αυξάνεται η τιμή της σταθεράς  $b$  και η απόσβεση είναι ταχύτερη. Μελετώντας φθίνουσες ταλαντώσεις αυτής της κατηγορίας διαπιστώνουμε ότι:

α) Η περίοδος, για ορισμένη τιμή της σταθεράς  $b$ , διατηρείται σταθερή και ανεξάρτητη από το πλάτος (σχ.1.20β). Όταν η σταθερά  $b$  μεγαλώνει το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται πιο γρήγορα (σχ.1.20γ) και η περίοδος παρουσιάζει μια μικρή αύξηση που στα πλαίσια αυτού του βιβλίου θεωρείται αμελητέα.

β) Σε ακραίες περιπτώσεις στις οποίες η σταθερά απόσβεσης παίρνει πολύ μεγάλες τιμές, η κίνηση γίνεται απεριοδική, δηλαδή, ο ταλαντωτής, επιστρέφει στη θέση ισοροπίας χωρίς ποτέ να την υπερβεί (σχ. 1.20δ). Κάτι τέτοιο θα μπορούσε να συμβεί αν το σύστημα ελατήριο σώμα βρισκόταν μέσα σ' ένα παχύρρευστο υγρό.



(α) Όταν η σταθερά απόσβεσης είναι μηδέν η ταλάντωση είναι αμείωτη.  
 (β) Φθίνουσα ταλάντωση. Η περίοδος διατηρείται σταθερή και ανεξάρτητη του πλάτους.



(γ) Όταν ο συντελεστής απόσβεσης μεγαλώνει, το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται πιο γρήγορα.

(δ) Όταν ο συντελεστής απόσβεσης είναι πολύ μεγάλος η κίνηση είναι απεριοδική.

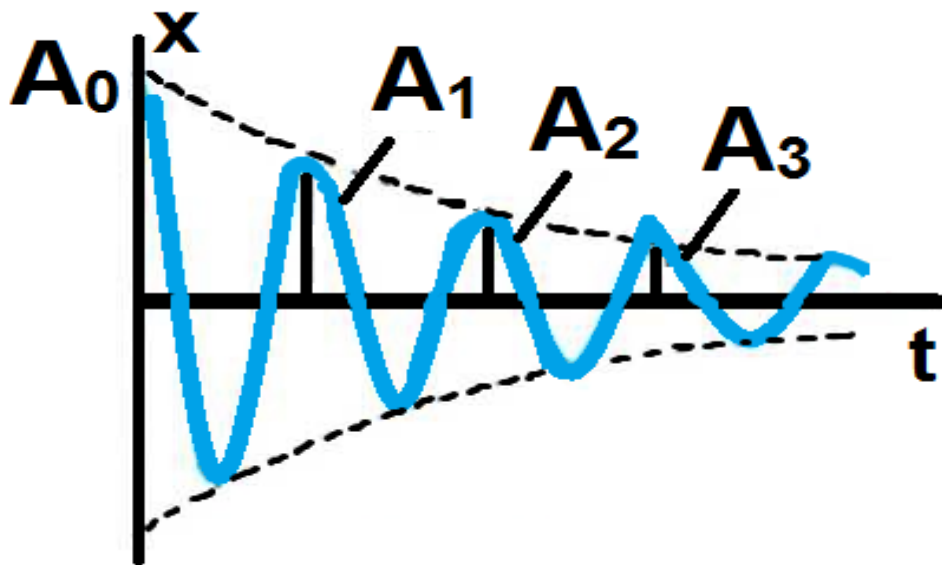
**Σχήμα 1-20.**

γ) Το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο. Ισχύει δηλαδή η σχέση

$$A=A_0e^{-\Lambda t}$$

Το  $\Lambda$  είναι μια σταθερά που εξαρτάται από τη σταθερά απόσβεσης και τη μάζα του ταλαντούμενου σώματος.

Από την παραπάνω σχέση προκύπτει ότι ο λόγος δύο διαδοχικών μέγιστων απομακρύνσεων προς την ίδια κατεύθυνση διατηρείται σταθερός, δηλαδή



Σε μια φθίνουσα ταλάντωση ο λόγος των διαδοχικών μέγιστων είναι σταθερός.

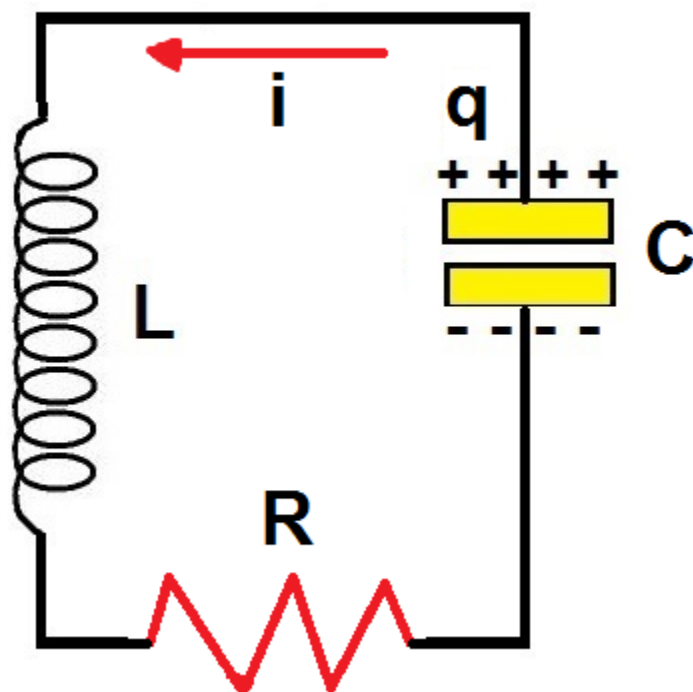
**Σχήμα 1-21.**

$$\frac{A_0}{A_1} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{A_2}{A_3} = \dots = \text{σταθ.}$$

Το σύστημα ανάρτησης του αυτοκινήτου είναι ένα σύστημα αποσβεννύμενων ταλαντώσεων. Τα αμορτισέρ εξασφαλίζουν δύναμη απόσβεσης -που εξαρτάται από την ταχύτητα- τέτοια, ώστε όταν το αυτοκίνητο περνά από ένα εξόγκωμα του δρόμου, να μη συνεχίζει να ταλαντώνεται για πολύ χρόνο. Καθώς τα αμορτισέρ παλιώνουν και φθείρονται, η τιμή του  $b$  ελαττώνεται και η ταλάντωση διαρκεί περισσότερο. Η φθορά αυτή μειώνει την ασφάλεια, επειδή οι ρόδες έχουν λιγότερη επαφή με το έδαφος.

Ενώ όμως στην περίπτωση του αυτοκινήτου είναι επιθυμητή η μεγάλη απόσβεση, σε άλλα συστήματα, όπως σε ένα εκκρεμές ρολόι, επιδιώκεται η ελαχιστοποίηση της απόσβεσης.

## β. Ηλεκτρικές Ταλαντώσεις



Κύκλωμα φθίνουσών ηλεκτρικών ταλαντώσεων.

Σχήμα 1-22.

Για να είναι σε ένα κύκλωμα LC (σχ. 1.22) η ηλεκτρική ταλάντωση αμείωτη δεν πρέπει να υπάρχει απώλεια ενέργειας, κάτι που πρακτικά είναι αδύνατο. Οι ηλεκτρικές ταλαντώσεις είναι φθίνουσες.

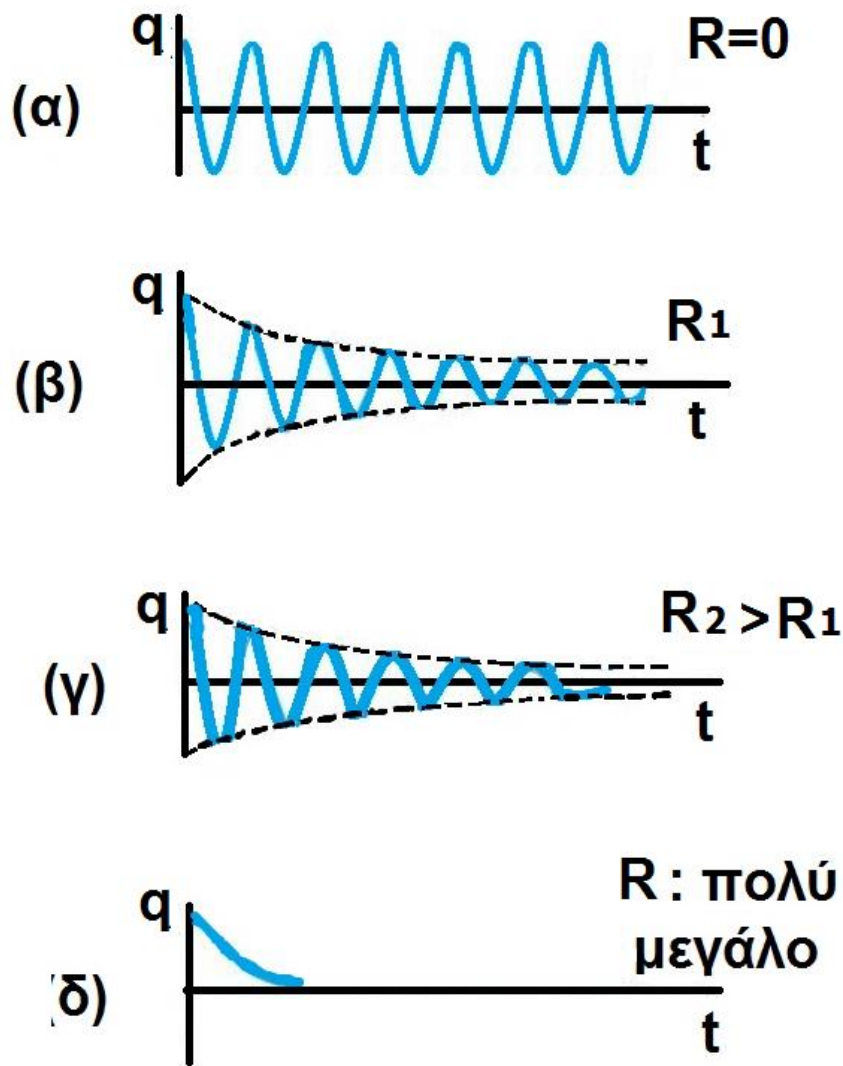
Το πλάτος του ρεύματος καθώς και

**το μέγιστο φορτίο στον πυκνωτή μικραίνουν και τελικά το κύκλωμα παύει να ταλαντώνεται.**

**Στην περίπτωση των ηλεκτρικών ταλαντώσεων, ο κύριος λόγος της απόσβεσης είναι η ωμική αντίσταση, η αύξηση της οποίας συνεπάγεται πιο γρήγορη απόσβεση της ταλάντωσης και μικρή αύξηση της περιόδου της. Τα κυκλώματα LC που χρησιμοποιούνται στην πράξη παρουσιάζουν μικρή αντίσταση και η αύξηση της περιόδου μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα.**

**Για ορισμένη τιμή της αντίστασης, η περίοδος είναι σταθερή.**

**Αν η τιμή της αντίστασης υπερβεί κάποιο όριο η ταλάντωση γίνεται α-περιοδική.**

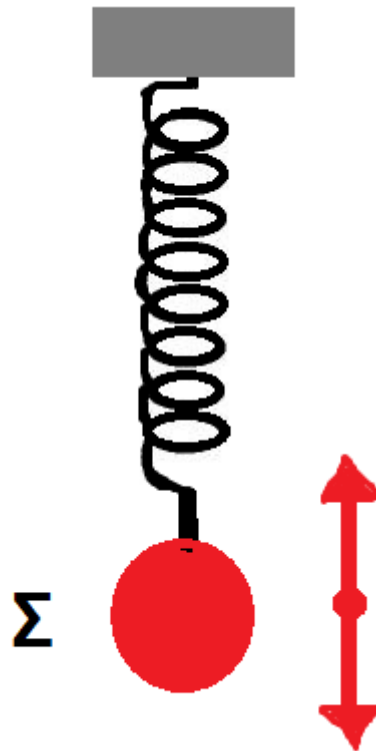


(α) Αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση  
 (β) και (γ) Φθίνουσες ηλεκτρικές ταλαντώσεις. (δ) Όταν η αντίσταση είναι πολύ μεγάλη το φαινόμενο δεν είναι περιοδικό.

**Σχήμα 1-23.**

## (1.6.) Εξαναγκασμένες Ταλαντώσεις

### α. Μηχανικές Ταλαντώσεις



Το σώμα  $\Sigma$  απομακρύνεται από τη θέση ισορροπίας και αφήνεται ελεύθερο. Η ταλάντωσή του είναι ελεύθερη.

Σχήμα 1-24.

Αν το σφαιρίδιο του **σχήματος 1.24** εκτραπεί από τη θέση ισορροπίας του και αφεθεί ελεύθερο θα εκτελέσει κατακόρυφη ταλάντωση. Αν δεν υπάρχουν αντιστάσεις η ταλάντωση θα είναι αμείωτη, με συχνότητα

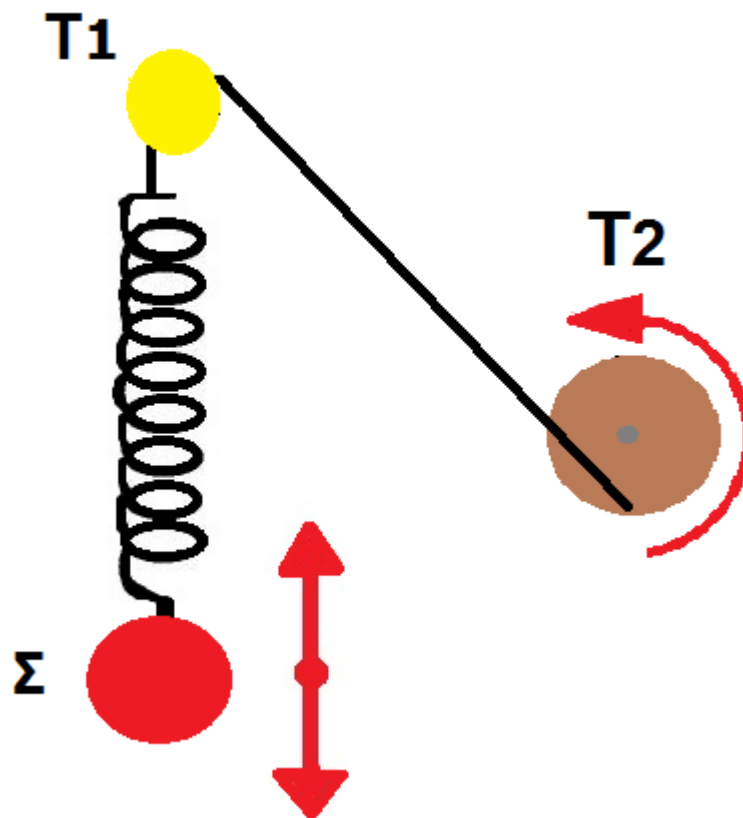
$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}}.$$

Στην πραγματικότητα η ταλάντωση θα είναι φθίνουσα. Η συχνότητά της θα είναι λίγο μικρότερη, στην πράξη όμως μπορούμε να τη θεωρήσουμε ίση με την  $f_0$ .

Μια τέτοια ταλάντωση λέγεται **ελεύθερη ταλάντωση** και η συχνότητα με την οποία πραγματοποιείται λέγεται **ιδιοσυχνότητα** ( $f_0$ ) της ταλάντωσης.



Αν θέλουμε να διατηρείται σταθερό το πλάτος της ταλάντωσης πρέπει να ασκήσουμε στο σύστημα μια περιοδική δύναμη. Αυτή την πρόσθετη δύναμη την ονομάζουμε **διεγείρουσα δύναμη**.



Το σώμα  $\Sigma$  εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση.  
**Σχήμα 1-25.**

Στη διάταξη του **σχήματος 1.25** το ελατήριο είναι δεμένο με σχοινί, το άλλο άκρο του οποίου προσδένεται στον τροχό **T<sub>2</sub>** ο οποίος, με κατάλληλη διάταξη, μπορεί να περιστρέφεται. Η περιστροφή του τροχού αναγκάζει το σφαιρίδιο να εκτελεί κατακόρυφη ταλάντωση. Η συχνότητα της ταλάντωσης συμπίπτει με τη συχνότητα περιστροφής του τροχού. Η κίνηση του σφαιριδίου ονομάζεται **εξαναγκασμένη ταλάντωση** και το σώμα που προκαλεί την ταλάντωση με την περιοδική δύναμη που ασκεί (διεγείρουσα δύναμη) -στο παράδειγμά μας ο τροχός- **διεγέρτης**.



**Το φαινόμενο της παλίρροιας στον κόλπο του Fundy στον Καναδά. Η βαρυτική έλξη της Σελήνης εξαναγκάζει τη μάζα του νερού στην επιφάνεια της Γης σε ταλάντωση.  
Εικόνα 1-5.**



Σ' ένα κουρδιστό ρολόι η αποθηκευμένη ενέργεια στο σπειροειδές ελατήριο αντισταθμίζει τις απώλειες λόγω τριβών και διατηρεί το πλάτος των ταλαντώσεων αμείωτο. Κάποτε η ενέργεια τελειώνει και το ρολόι θέλει κούρδισμα.

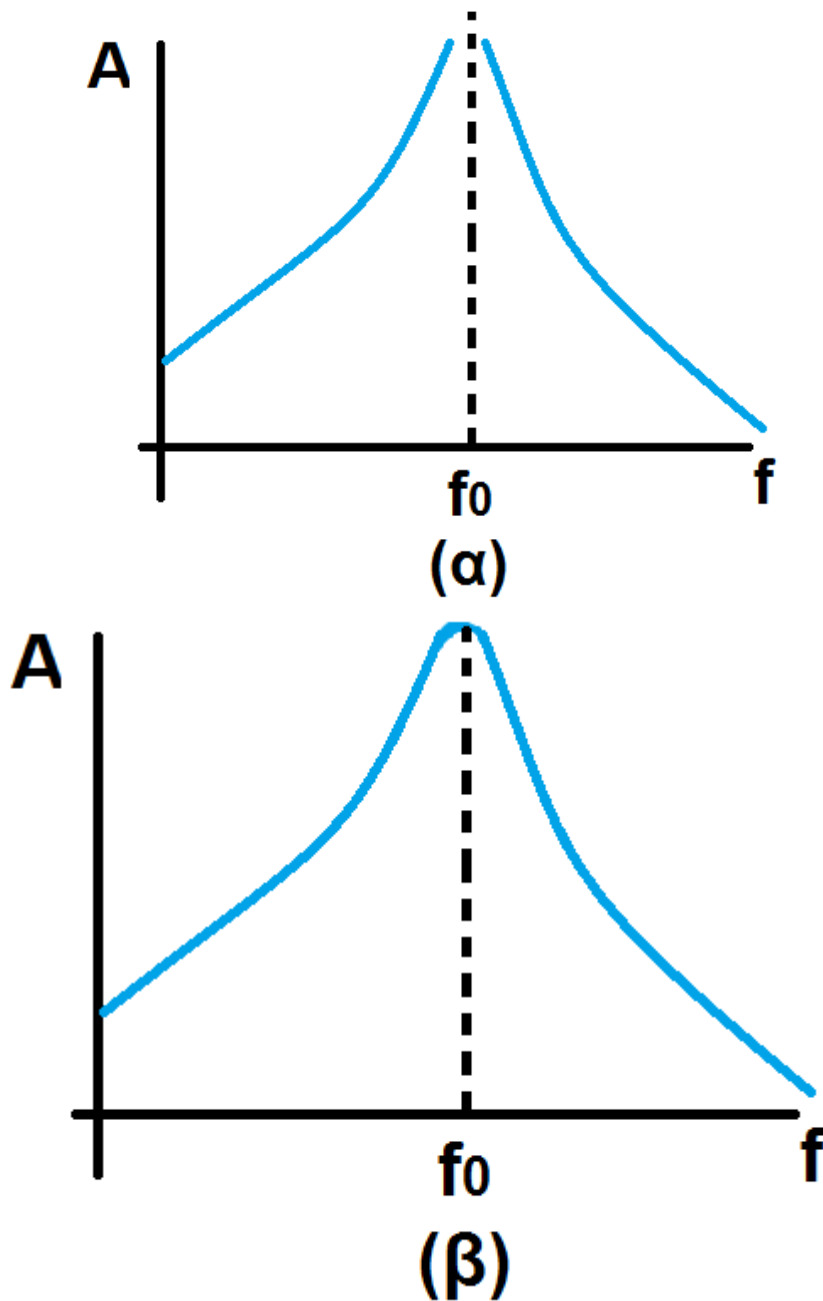
### Εικόνα 1-6.

Όπως είπαμε, η συχνότητα της εξαναγκασμένης ταλάντωσης που εκτελεί το σφαιρίδιο  $\Sigma$  είναι  $f$  και όχι  $f_0$  δηλαδή ο διεγέρτης επιβάλλει στην ταλάντωση τη συχνότητά του.

Το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης εξαρτάται από τη συχνότητα  $f$  του διεγέρτη.

Συγκεκριμένα, αν μεταβληθεί η συχνότητα  $f$  του διεγέρτη μεταβάλλεται και το πλάτος της εκτελούμενης ταλάντωσης. Οι τιμές του πλάτους είναι γενικά μικρές, εκτός αν η συχνότητα  $f$  πλησιάζει στην ιδιοσυχνότητα  $f_0$  οπότε το πλάτος παίρνει μεγάλες τιμές και γίνεται μέγιστο όταν η συχνότητα  $f$  γίνει ίση με την ιδιοσυχνότητα  $f_0$ . Τότε λέμε ότι έχουμε **συντονισμό**.

Στην ιδανική περίπτωση που η ταλάντωση δεν έχει απώλειες ενέργειας (πρακτικά αυτό είναι αδύνατο),  $f=f_0$ , το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης γίνεται άπειρο.

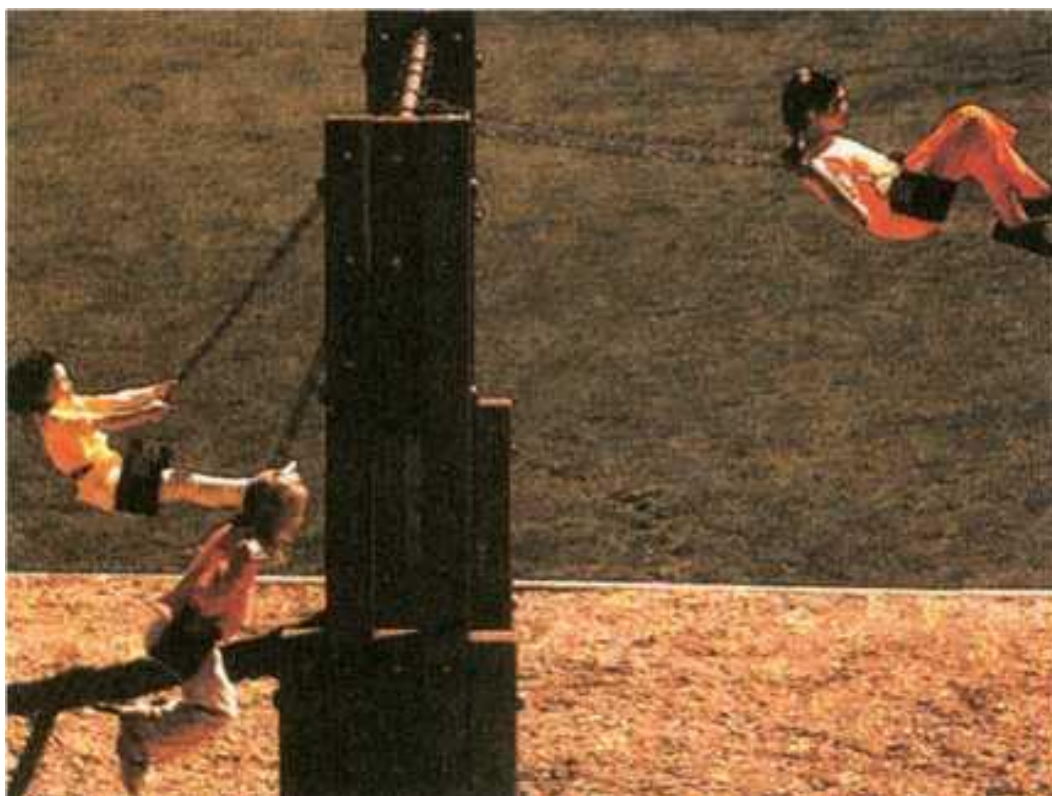


Τα διαγράμματα του πλάτους μιας εξαναγκασμένης ταλάντωσης, σε συνάρτηση με τη συχνότητα του διεγέρτη.

(α) Ταλάντωση χωρίς απόσβεση.

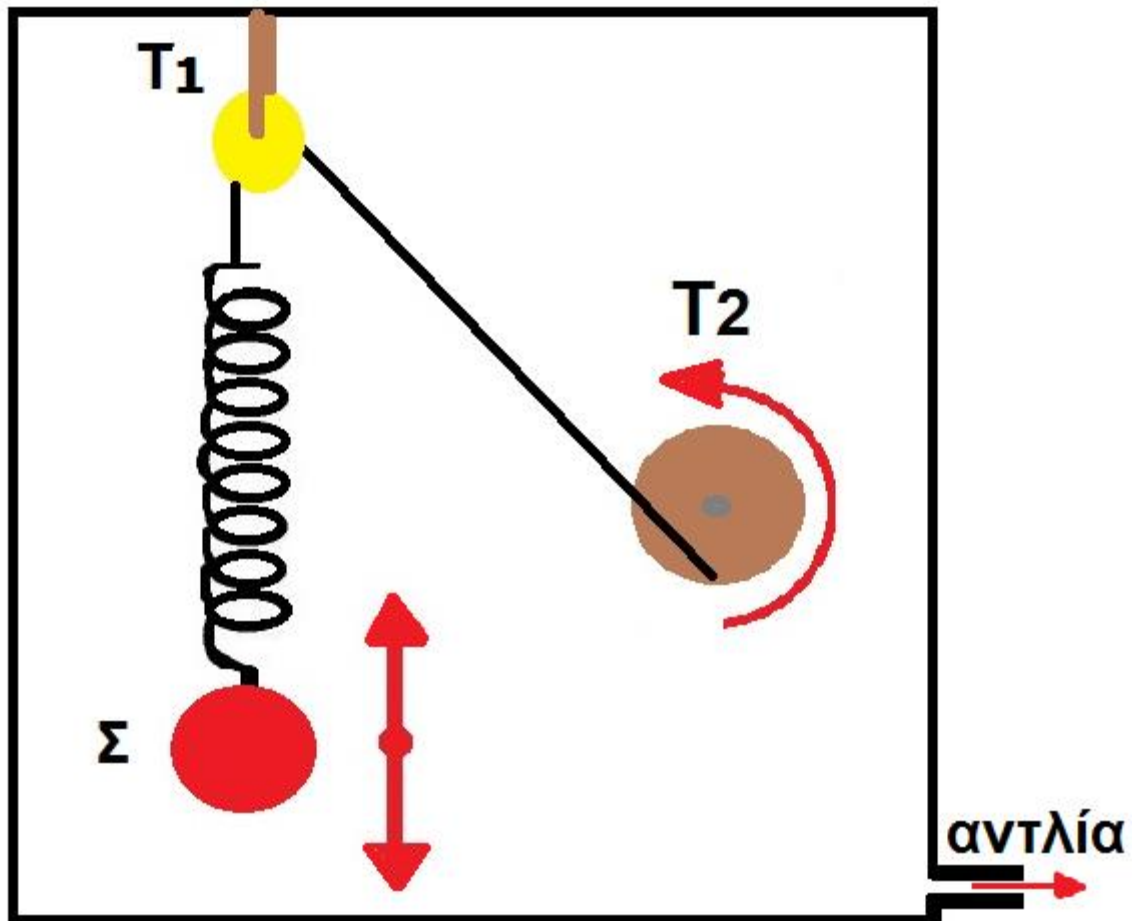
(β) Ταλάντωση με απόσβεση.

**Σχήμα 1-26.**



**Τα παιδιά, από πολύ μικρή ηλικία, μαθαίνουν ότι οι κινήσεις που κάνουν με τα πόδια τους όταν κάνουν κούνια πρέπει να έχουν μια συγκεκριμένη συχνότητα. Τότε επιτυγχάνεται συντονισμός και το πλάτος της αιώρησης γίνεται μέγιστο.  
Εικόνα 1-7.**





Το σώμα  $\Sigma$  εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση, μέσα σε δοχείο στο οποίο μπορούμε να μεταβάλλουμε την πίεση του αέρα.

Σχήμα 1-27.



Με τη διάταξη του **σχήματος 1.27** μπορούμε να παρατηρήσουμε το πλάτος της ταλάντωσης σε συνάρτηση με τη συχνότητα του διεγέρτη, για διάφορες τιμές της σταθεράς απόσβεσης. Στο **σχήμα 1.28** παριστάνεται το πλάτος της ταλάντωσης για διάφορες τιμές της σταθεράς απόσβεσης. Το πλάτος της ταλάντωσης κατά το συντονισμό εξαρτάται από τη σταθερά απόσβεσης. Αύξηση της σταθεράς απόσβεσης, συνεπάγεται μείωση του πλάτους της εξαναγκασμένης ταλάντωσης.

Το σημείο από το οποίο ξεκινούν όλες οι καμπύλες στο διάγραμμα, απέχει από την αρχή των αξόνων όσο απέχει το σημείο πρόσδεσης του σχοινιού από το κέντρο του τροχού  **$T_2$** .

## Ενεργειακή μελέτη

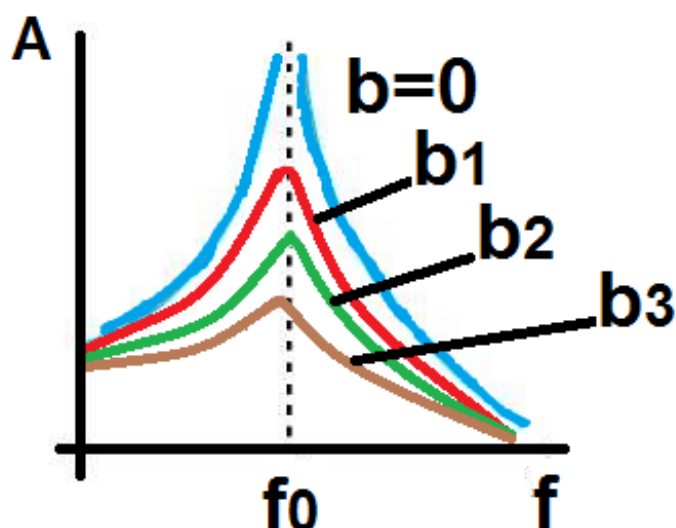
Στις ελεύθερες ταλαντώσεις κατά τη διέγερση του συστήματος δίνεται σε αυτό κάποια μηχανική ενέργεια, η οποία διατηρείται σταθερή -αν η ταλάντωση είναι αμείωτη- ή μετατρέπεται σταδιακά σε θερμότητα -αν είναι φθίνουσα. Στις εξαναγκασμένες ταλαντώσεις, στο σύστημα προσφέρεται συνεχώς ενέργεια με συχνότητα  $f$  μέσω της διεγείρουσας δύναμης.

Η ενέργεια που προσφέρεται στο σύστημα αντισταθμίζει τις απώλειες και έτσι το πλάτος της ταλάντωσης διατηρείται σταθερό.

Ο τρόπος με τον οποίο το ταλαντούμενο σύστημα αποδέχεται την

**ενέργεια είναι εκλεκτικός και έχει να κάνει με τη συχνότητα υπό την οποία προσφέρεται.**

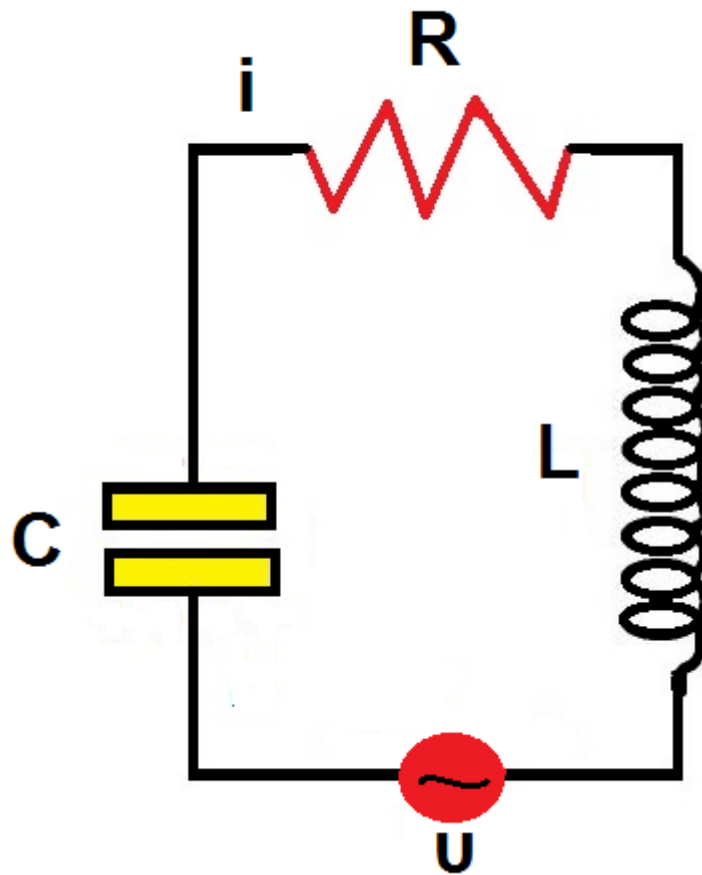
**Κατά το συντονισμό η ενέργεια μεταφέρεται στο σύστημα κατά το βέλτιστο τρόπο, γι' αυτό και το πλάτος της ταλάντωσης γίνεται μέγιστο.**



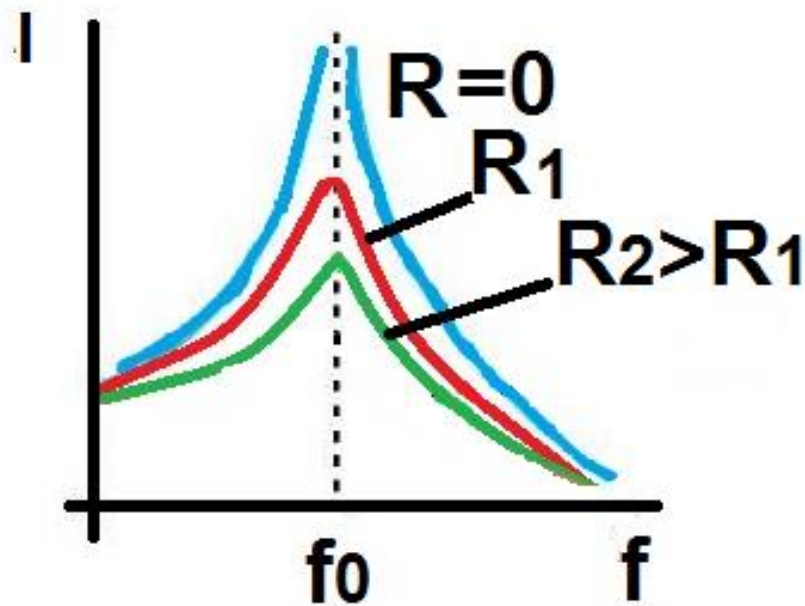
Το διάγραμμα του πλάτους μιας εξαναγκασμένης ταλάντωσης σε συνάρτηση με τη συχνότητα του διεγέρτη για διάφορες τιμές του  $b$  ( $b_1 < b_2$ ). Στις ταλαντώσεις με απόσβεση η συχνότητα συντονισμού είναι λίγο μικρότερη από την  $f_0$ . Όσο αυξάνεται η απόσβεση η μείωση της συχνότητας συντονισμού γίνεται μεγαλύτερη. Αυτή η μετατόπιση της συχνότητας συντονισμού είναι πολύ μικρή και στην κλίμακα του διαγράμματος δε φαίνεται.

**Σχήμα 1-28.**

## β. Ηλεκτρικές Ταλαντώσεις



Στο κύκλωμα LC δημιουργείται εξαναγκασμένη ηλεκτρική ταλάντωση.  
Σχήμα 1-29.



Τα διαγράμματα του πλάτους της έντασης του ρεύματος  $I$  σε ένα κύκλωμα LC που εκτελεί εξαναγκασμένη ηλεκτρική ταλάντωση σε συνάρτηση με τη συχνότητα του διεγέρτη, για διάφορες τιμές της αντίστασης του κυκλώματος ( $R_1 < R_2$ ).  
**Σχήμα 1-30.**

Ένα κύκλωμα LC αν διεγερθεί (π.χ. με στιγμιαία επαφή των οπλισμών του πυκνωτή με τους πόλους πηγής συνεχούς τάσης) εκτελεί ελεύθερη ηλεκτρική ταλάντωση με συχνότητα ταλάντωσης

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Αν το κύκλωμα δεν παρουσιάζει αντίσταση η ταλάντωση είναι αμείωτη. Αν όμως η αντίσταση του κυκλώματος είναι διάφορη του μηδενός η ταλάντωση είναι φθίνουσα

Το κύκλωμα μπορεί να εκτελέσει εξαναγκασμένη ταλάντωση. Ως διεγέρτης μπορεί να χρησιμοποιηθεί μια πηγή εναλλασσόμενης τάσης (σχ. 1.29). Το κύκλωμα τότε διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα, με συχνότητα  $f$  ίδια με τη συχνότητα της τάσης. Αν μεταβάλλουμε τη συχνότητα της τάσης, το πλάτος του ρεύματος μεταβάλλεται και παίρνει τη μέγιστη τιμή του όταν  $f=f_0$ . Τότε έχουμε συντονισμό.

Στο **σχήμα 1.30** παριστάνεται το πλάτος του ρεύματος  **$I$**  σε συνάρτηση με τη συχνότητα  **$f$** , για διάφορες τιμές της ωμικής αντίστασης.



Όταν η συχνότητα ενός ηχητικού κύματος γίνει ίση με την ιδιοσυχνότητα του κρυστάλλινου ποτηριού, το ποτήρι ταλαντώνεται με το μέγιστο δυνατό πλάτος και τελικά σπάει.

**Εικόνα 1-8.**

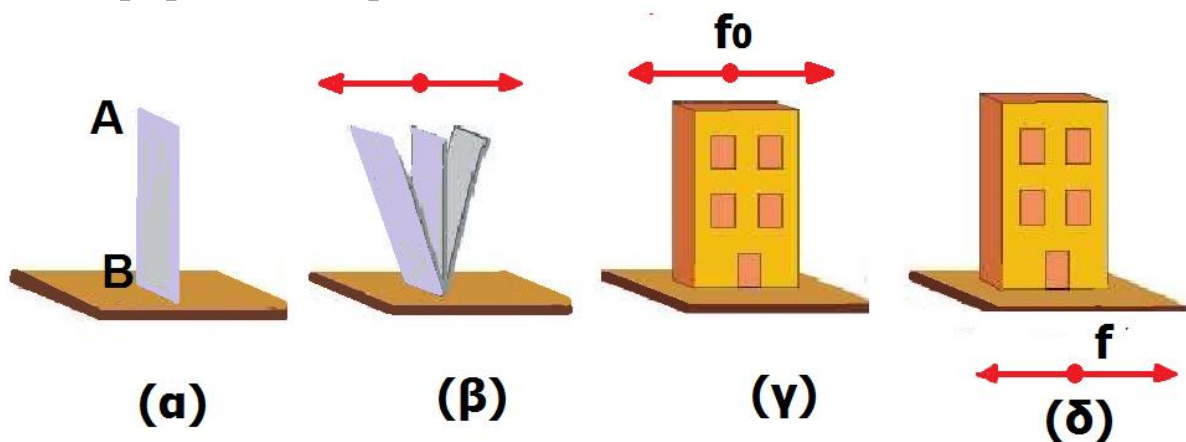


## Εφαρμογές του συντονισμού

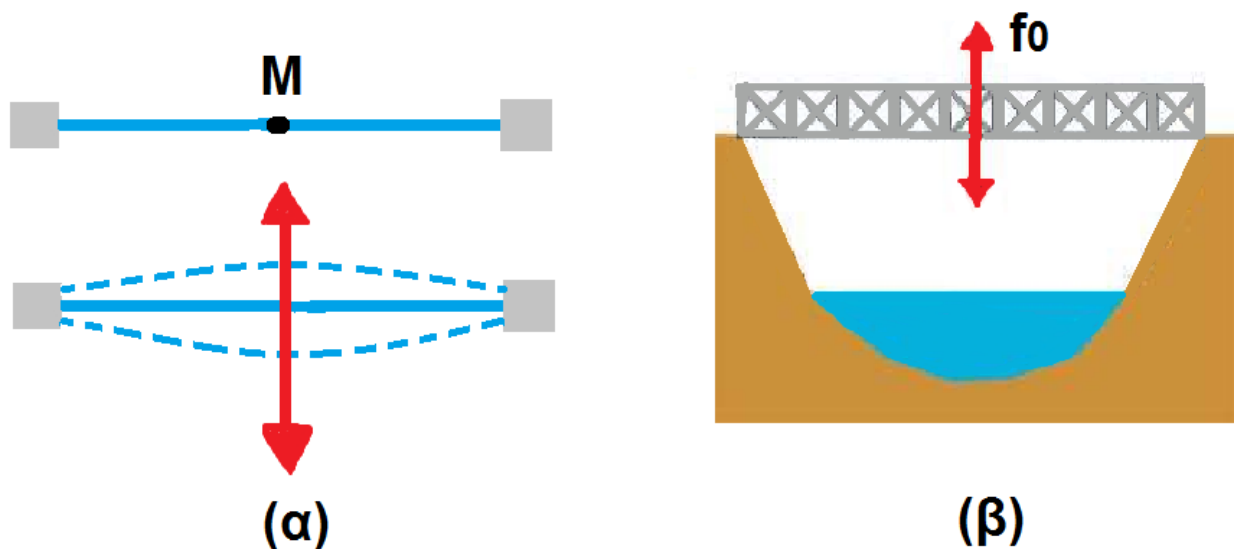
Τα παραδείγματα του συντονισμού στη φυσική είναι πολλά. Ο συντονισμός λαμβάνεται πολύ σοβαρά υπόψη σε πολλές εφαρμογές που αφορούν στην καθημερινή μας ζωή.

Το **AB** (σχ. 1.31) είναι ένα μεταλλικό έλασμα, στερεωμένο στο κάτω άκρο του **B** σε ακλόνητο δάπεδο (σχ. 1.31α). Αν τραβήξουμε το άκρο **A** του ελάσματος και το αφήσουμε ελεύθερο, θα εκτελέσει ταλάντωση, με συχνότητα ίση με την ιδιοσυχνότητά του (σχ. 1.3β). Θεωρητικά ένα κτίριο (σχ. 1.31γ), αν διεγερθεί, έχει τη δυνατότητα να εκτελέσει ελεύθερη ταλάντωση, παρόμοια με αυτή του ελάσματος με ιδιοσυχνότητα  $f_0$ .

Στη διάρκεια ενός σεισμού, το έδαφος πάλλεται με συχνότητα  $f$  (σχ. 1.31δ) και τα κτίρια εξαναγκάζονται να εκτελέσουν ταλάντωση. Αν η συχνότητα  $f$  με την οποία πάλλεται το έδαφος (διεγέρτης) είναι ίση με την ιδιοσυχνότητα  $f_0$  του κτιρίου, το πλάτος της ταλάντωσης του κτιρίου θα γίνει μεγάλο, γεγονός που μπορεί να οδηγήσει στην κατάρρευσή του.



Το κτίριο συμπεριφέρεται όπως το μεταλλικό έλασμα. Όταν ταλαντώνεται το έδαφος (σεισμός) το κτίριο κάνει εξαναγκασμένη ταλάντωση. Σχήμα 1-31.



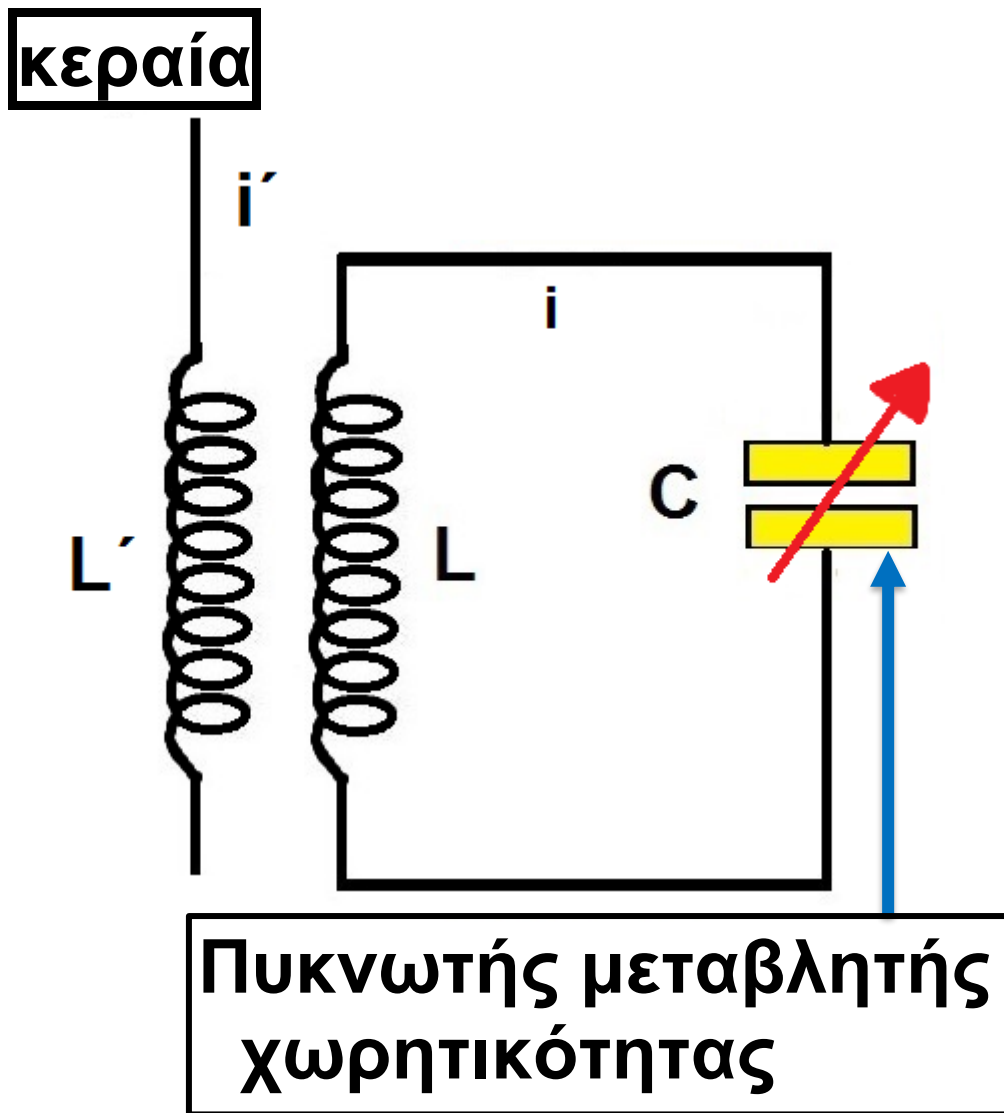
Μια γέφυρα συμπεριφέρεται όπως η χορδή. Μια ομάδα ανθρώπων που κινείται πάνω στη γέφυρα με βηματισμό μπορεί να την κάνει να ταλαντώνεται με μεγάλο πλάτος. Σχήμα 1-32.

Η χορδή του σχήματος 1.32α έχει στερεωμένα τα άκρα της σε ακλόνητα σημεία. Αν την τραβήξουμε από το μέσον της **M** και την αφήσουμε ελεύθερη, θα εκτελέσει ταλάντωση με τη φυσική της συχνότητα (ιδιοσυχνότητα).

Παρόμοια κίνηση μπορεί να εκτελεστεί και η γέφυρα του [σχήματος 1.32β](#) αν διεγερθεί.

Αν μια ομάδα ανθρώπων κινηθεί με βηματισμό πάνω στη γέφυρα, η γέφυρα διεγείρεται και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Αν η συχνότητα βηματισμού είναι ίση με την ιδιοσυχνότητα της γέφυρας, έχουμε συντονισμό, η γέφυρα ταλαντώνεται με μεγάλο πλάτος και υπάρχει κίνδυνος κατάρρευσης.

Ένα τέτοιο ατύχημα συνέβη στη Γαλλία το 1850. Μια γέφυρα κατέρρευσε και 226 στρατιώτες σκοτώθηκαν. Από τότε, όταν ένα τμήμα στρατού περνάει πάνω από γέφυρα, οι στρατιώτες προχωρούν με ελεύθερο βηματισμό.

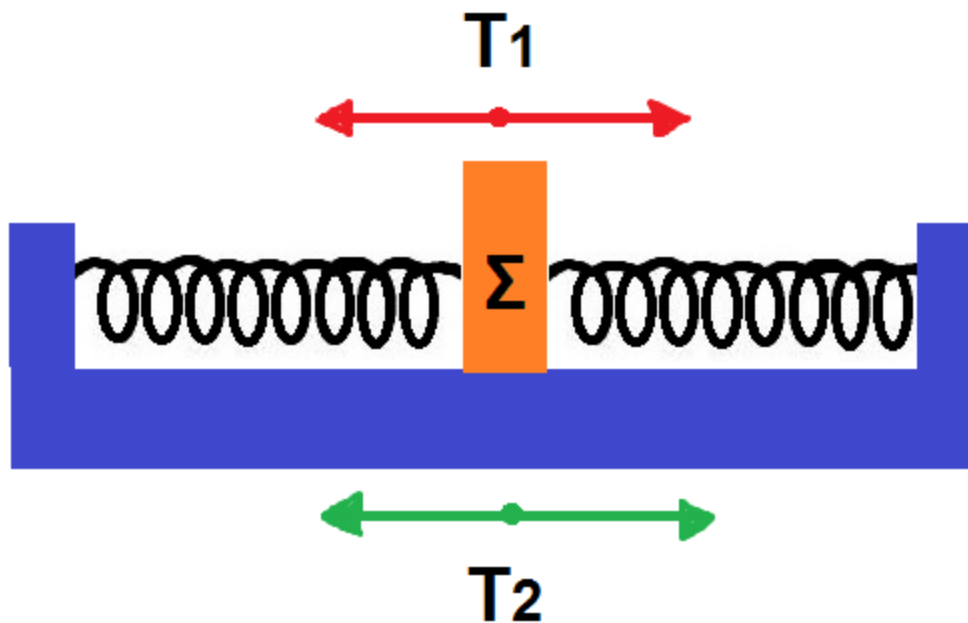


Το κύκλωμα επιλογής σταθμών στο ραδιόφωνο είναι ένα κύκλωμα LC, που εξαναγκάζεται σε ηλεκτρική ταλάντωση από την κεραία.  
**Σχήμα 1-33.**

**Κάθε ραδιοφωνικός σταθμός εκπέμπει σε ορισμένη συχνότητα. Στην κεραία ενός ραδιοφώνου κάθε στιγμή φτάνουν πολλά ηλεκτρομαγνητικά κύματα, με διαφορετικές συχνότητες. Η επιλογή ενός σταθμού στο ραδιόφωνο στηρίζεται στο φαινόμενο του συντονισμού. Όταν γυρίζουμε το κουμπί επιλογής των σταθμών μεταβάλλουμε τη χωρητικότητα ενός μεταβλητού πυκνωτή. Ο πυκνωτής αυτός είναι μέρος ενός κυκλώματος LC, το οποίο βρίσκεται σε επαγωγική σύζευξη με την κεραία του ραδιοφώνου. Στην κεραία τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα που φτάνουν αναγκάζουν τα ηλεκτρόνια της να εκτελέσουν ταλάντωση. Η κίνηση των ηλεκτρονίων στην κεραία δημιουργεί σ' αυτή ένα πολύ ασθενές μεταβαλλόμενο ρεύμα.**

**Εξαιτίας της επαγωγικής σύζευξης το κύκλωμα LC εξαναγκάζεται να εκτελέσει ηλεκτρική ταλάντωση. Το πλάτος της ηλεκτρικής ταλάντωσης (πλάτος του ρεύματος) είναι ασήμαντο εκτός εάν έχουμε συντονισμό. Μεταβάλλοντας όμως τη χωρητικότητα του πυκνωτή στο κύκλωμα LC, μεταβάλλουμε την ιδιοσυχνότητά του. Όταν η ιδιοσυχνότητα του κυκλώματος συμπίπτει με κάποια από τις συχνότητες με τις οποίες ταλαντώνονται τα ηλεκτρόνια της κεραίας (δηλαδή με κάποια από τις συχνότητες των κυμάτων τα οποία φτάνουν στην κεραία), το κύκλωμα συντονίζεται και διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα μέγιστου πλάτους. Αυτό το σχετικά μεγάλο ρεύμα, περιέχει το ηλεκτρικό σήμα, το οποίο, ενισχυμένο, οδηγείται στο μεγάφωνο του ραδιοφώνου και το διεγείρει.**

## (1.7) Σύνθεση Ταλαντώσεων



Το σώμα  $\Sigma$  εκτελεί ταυτόχρονα δυο ταλαντώσεις.

**Σχήμα 1-34.**

Το σώμα  $\Sigma$  του σχήματος 1.34 βρίσκεται πάνω σε οριζόντια βάση και είναι δεμένο στις άκρες δύο ελατηρίων, οι άλλες άκρες των οποίων είναι στερεωμένες σε ακίνητα σημεία. Το σώμα μπορεί να κινείται χωρίς τριβές.



Αν το σώμα απομακρυνθεί από τη θέση ισορροπίας του και αφεθεί ελεύθερο θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση (με περίοδο  $T_1$ ). Αν και η βάση πάνω στην οποία βρίσκεται το σώμα -με κατάλληλο μηχανισμό- εκτελεί αρμονική ταλάντωση (με περίοδο  $T_2$ ), το σώμα  $\Sigma$  κάνει ταυτόχρονα δυο αρμονικές ταλαντώσεις. Η ταλάντωση της βάσης δεν είναι απαραίτητο να γίνεται στη διεύθυνση της ταλάντωσης του σώματος.

Η κίνηση του σώματος  $\Sigma$  είναι, γενικά, πολύπλοκη. Η διεύθυνση, η συχνότητα, το πλάτος και η φάση της εξαρτώνται από τα αντίστοιχα χαρακτηριστικά των επί μέρους ταλαντώσεων.

Η κίνηση που κάνει το σώμα λέγεται **σύνθετη ταλάντωση** και η μελέτη της **σύνθεση ταλαντώσεων**.

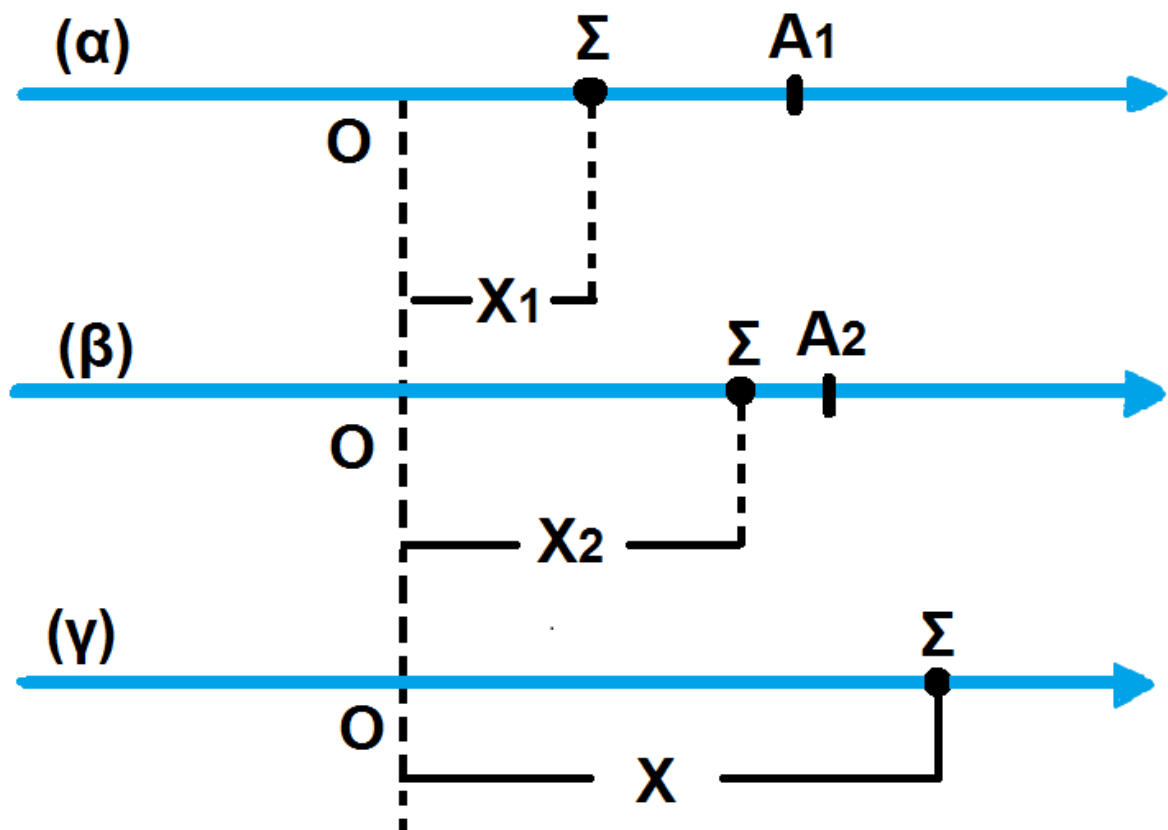
Στη συνέχεια θα μελετήσουμε μερικές ειδικές περιπτώσεις σύνθεσης ταλαντώσεων.

**A. Σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων της ίδιας συχνότητας, που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο στην ίδια διεύθυνση.**

Έστω ότι ένα σώμα  $\Sigma$  κάνει ταυτόχρονα τις ταλαντώσεις με εξισώσεις

$$x_1 = A_2 \eta \mu \omega t \quad (1.22) \quad (\text{σχ.1.35 } \alpha)$$

$$x_2 = A_2 \eta \mu(\omega t + \varphi) \quad (1.23) \quad (\text{σχ 1.35 } \beta)$$



Το σώμα  $\Sigma$  κάνει ταυτόχρονα τις αρμονικές ταλαντώσεις (α) και (β). Η απομάκρυνσή του κάθε στιγμή είναι ίση με το αλγεβρικό άθροισμα των απομακρύνσεών του στις επιμέρους ταλαντώσεις στις οποίες μετέχει (γ).

**Σχήμα 1-35.**

Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας των κινήσεων, η απομάκρυνση του σώματος κάθε στιγμή θα είναι το άθροισμα των απομακρύνσεων που θα είχε αν έκανε την κάθε ταλάντωση ξεχωριστά (σχ. 1.35γ), δηλαδή

$$x = x_1 + x_2 \quad (1.24)$$

Αν λάβουμε υπόψη τις (1.22) και (1.23) η (1.24) γίνεται

$$x = A_1 \eta \mu \omega t + A_2 \eta \mu(\omega t + \varphi) \quad (1.25)$$

Η σχέση αυτή μπορεί να πάρει τη μορφή

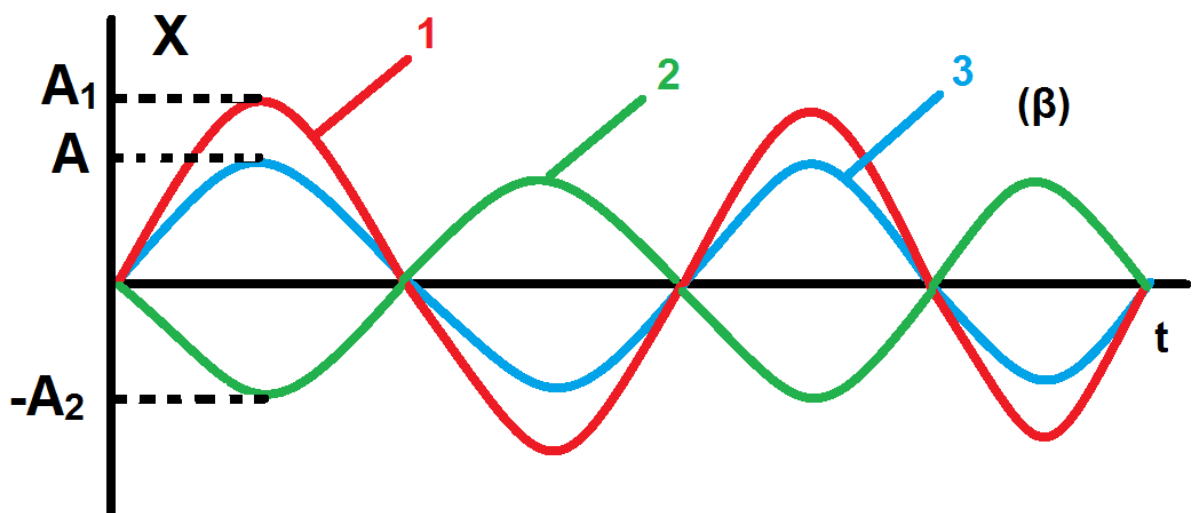
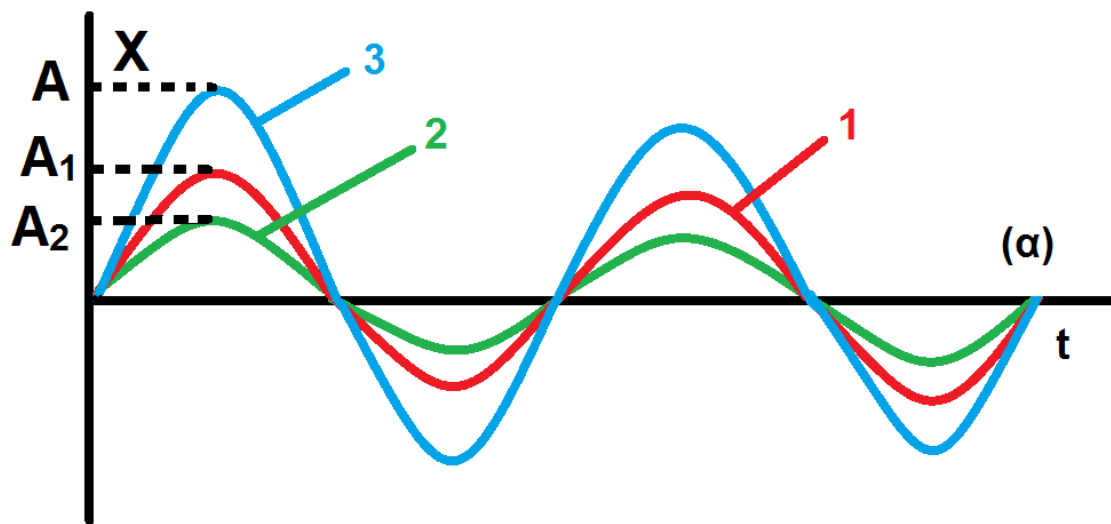
$$x = A \eta \mu(\omega t + \theta) \quad (1.26)$$

Όπου 
$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \varphi} \quad (1.27)$$

και 
$$\epsilon\varphi\theta = \frac{A_2\eta\mu\varphi}{A_1 + A_2\sigma\upsilon\nu\varphi} \quad (1.28)$$

Το συμπέρασμα που προκύπτει από την (1.26) είναι ότι το σώμα  $\Sigma$  κάνει απλή αρμονική ταλάντωση γύρω από το σημείο  $O$ , με την ίδια διεύθυνση και την ίδια συχνότητα. Το πλάτος και η αρχική φάση της ταλάντωσης εξαρτώνται από τα στοιχεία των επί μέρους ταλαντώσεων.

Στην ειδική περίπτωση που  $\varphi = 0$  (σχ. 1.36α), οι σχέσεις (1.27) και (1.28) δίνουν  $A = A_1 + A_2$  και  $\theta = 0$ , δηλαδή το πλάτος της ταλάντωσης είναι ίσο με το άθροισμα των πλατών και η φάση της είναι ίδια με τη φάση των επιμέρους ταλαντώσεων.



(α) Από τη σύνθεση των ταλαντώσεων 1 και 2 που έχουν την ίδια φάση προκύπτει η ταλάντωση 3.

(β) Από τις ταλαντώσεις 1 και 2 που παρουσιάζουν διαφορά φάσης  $180^{\circ}$  προκύπτει η ταλάντωση 3.

**Σχήμα 1-36.**

Όταν  $\varphi = 180^\circ$ , πάλι από (1.27) και (1.28), προκύπτει ότι  $A=|A_1-A_2|$  και  $\theta = 0$  ή  $\theta = 180^\circ$  (σχ. 1.36β), δηλαδή το πλάτος είναι ίσο με τη διαφορά των πλατών και η φάση ίση με τη φάση της ταλάντωσης που έχει το μεγαλύτερο πλάτος.

**B. Σύνθεση δύο αρμονικών ταλαντώσεων ίδιας διεύθυνσης, που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο, με το ίδιο πλάτος και διαφορετικές συχνότητες.**

Έστω ότι το σώμα  $\Sigma$  μετέχει στις ταλαντώσεις

$$x_1 = A\eta\mu\omega_1 t \quad (1.29) \quad (\text{σχ. 1.35}\alpha)$$

$$x_2 = A\eta\mu\omega_2 t \quad (1.30) \quad (\text{σχ. 1.35}\beta)$$

Και στην περίπτωση αυτή, η απομάκρυνση του σώματος κάποια στιγμή θα είναι

$$x = x_1 + x_2 \quad (1.31) \quad (\text{σχ. } 1.35\gamma)$$

η οποία από τις (1.29) και (1.30) γίνεται

$$x = A\eta\mu\omega_1 t + A\eta\mu\omega_2 t \quad (1.32)$$

Με βάση την τριγωνομετρική ταυτότητα

$$\eta\mu\alpha + \eta\mu\beta = 2\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)\eta\mu\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)$$

η (1.32) γίνεται

$$x = 2A\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right)\eta\mu\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right) \quad (1.33)$$



Από τη σχέση αυτή φαίνεται ότι η κίνηση του σώματος είναι πολύπλοκη. Ενδιαφέρον παρουσιάζει η κίνηση στην περίπτωση που οι δύο επιμέρους γωνιακές συχνότητες διαφέρουν πολύ λίγο. Τότε ο παράγοντας

$$A' = 2A \sin\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) \quad (1.34)$$

της σχέσης (1.33) μεταβάλλεται με το χρόνο πολύ πιο αργά από τον παράγοντα

$$\eta\mu\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right)$$

ο οποίος μεταβάλλεται με γωνιακή συχνότητα  $\bar{\omega}$  ίση με τη μέση τιμή των  $\omega_1$  και  $\omega_2$ .

Επειδή αυτές διαφέρουν ελάχιστα μπορούμε να γράψουμε

$$\bar{\omega} \approx \omega_1 \approx \omega_2.$$

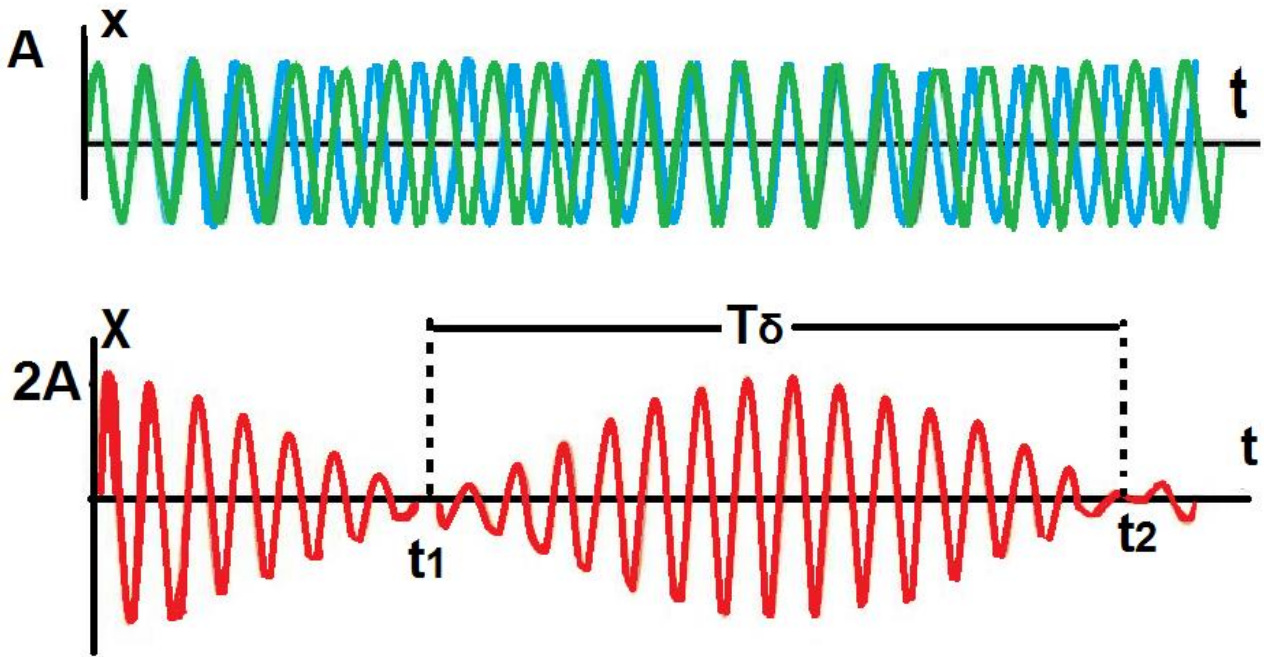
Επομένως η (1.33) μπορεί να γραφεί

$$x = A' \eta \mu \bar{\omega} t \quad (1.35)$$

Η σχέση (1.35) περιγράφει μια ιδιόμορφη ταλάντωση που έχει την ίδια περίπου συχνότητα με τις επί μέρους ταλαντώσεις.

Το πλάτος  $|A'|$  της κίνησης του  $\Sigma$  μεταβάλλεται, με αργό ρυθμό, από μηδέν μέχρι  $2A$ . Λέμε ότι η κίνηση του  $\Sigma$  παρουσιάζει **διακροτήματα** (σχ. 1.37).

Ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς (ή δύο διαδοχικές μεγιστοποιήσεις) του πλάτους ονομάζεται **περίοδος** ( $T_\delta$ ) των διακροτημάτων.



Από τη σύνθεση δύο ταλαντώσεων που οι συχνότητάς τους διαφέρουν πολύ λίγο (πράσινη και μπλε γραμμή) προκύπτει ιδιόμορφη περιοδική κίνηση (κόκκινη γραμμή) που παρουσιάζει διακροτήματα.  
**Σχήμα 1-37.**

## Υπολογισμός της περιόδου των διακροτημάτων

Το πλάτος  $A'$  μηδενίζεται όταν

$$\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t_1\right) = 0$$

Αυτό συμβαίνει όταν

$$\frac{|\omega_1 - \omega_2|}{2} t = (2K + 1) \frac{\pi}{2}$$

όπου  $K = 0, 1, 2, \dots$

Δύο διαδοχικές χρονικές στιγμές που αποτελούν λύσεις της εξίσωσης είναι οι  $t_1$  και  $t_2$  (σχ. 1.37) για τις οποίες

$$\frac{|\omega_1 - \omega_2|}{2} t_1 = \frac{\pi}{2} \quad \text{ή} \quad t_1 = \frac{\pi}{|\omega_1 - \omega_2|}$$

$$\text{και } \frac{|\omega_1 - \omega_2|}{2} t_2 = \frac{3\pi}{2}$$

$$\text{ή } t_2 = \frac{3\pi}{|\omega_1 - \omega_2|}$$

Η διαφορά  $t_1 - t_2$  είναι η **περίοδος των διακροτημάτων.**

**Είναι επομένως**

$$\begin{aligned} T_\delta = t_2 - t_1 &= \frac{3\pi}{|\omega_1 - \omega_2|} - \frac{\pi}{|\omega_1 - \omega_2|} = \\ &= \frac{2\pi}{|\omega_1 - \omega_2|} \end{aligned}$$

$$\text{ή } T_{\delta} = \frac{1}{|f_1 - f_2|} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{f_{\delta}} = \frac{1}{|f_1 - f_2|}$$

και τελικά  $f_{\delta} = |f_1 - f_2|$

## Σύνοψη

**Απλή αρμονική ταλάντωση** ονομάζεται η ταλάντωση στην οποία η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας δίνεται από τη σχέση

$$x = A\eta\mu\omega t$$

Στην ταλάντωση αυτή η ταχύτητα και η επιτάχυνση μεταβάλλονται με το χρόνο σύμφωνα με τις σχέσεις

$$v = v_{\max}\sigma\upsilon\nu\omega t \quad \text{και} \quad a = -a_{\max}\eta\mu\omega t$$

όπου  $v_{\max} = \omega A$  και  $a_{\max} = \omega^2 A$

Η δύναμη που αναγκάζει ένα σώμα να κάνει απλή αρμονική ταλάντωση είναι  $F = -Dx$  και ονομάζεται **δύναμη επαναφοράς**. Η σχέση  $F = -Dx$  αποτελεί την αναγκαία συνθήκη για να εκτελέσει ένα κινητό απλή αρμονική ταλάντωση.

Η **περίοδος** σε μια απλή αρμονική ταλάντωση είναι

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}}$$

Στην απλή αρμονική ταλάντωση η μηχανική ενέργεια διατηρείται σταθερή.

$$E = \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}m\upsilon_{\max}^2$$

**Το κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων** αποτελείται από έναν πυκνωτή συνδεδεμένο σε σειρά με ιδανικό πηνίο. Αν ένα τέτοιο κύκλωμα διεγερθεί, το φορτίο του πυκνωτή και το ρεύμα μεταβάλλονται με το χρόνο σύμφωνα με τις σχέσεις

$$q = Q \cos \omega t \quad i = -I \sin \omega t$$

Η ολική ενέργεια του κυκλώματος θεωρείται σταθερή και είναι

$$E = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} LI^2$$

**Φθίνουσες** ονομάζονται οι ταλαντώσεις στις οποίες το πλάτος μειώνεται.

Η περίοδος σε μια φθίνουσα ταλάντωση διατηρείται σταθερή.



Όταν η σταθερά απόσβεσης **b** μεγαλώνει το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται πιο γρήγορα. Για πολύ μεγάλες τιμές της σταθεράς απόσβεσης η ταλάντωση γίνεται απεριοδική. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση το πλάτος μειώνεται εκθετικά με το χρόνο.

**Ιδιοσυχνότητα** ενός συστήματος είναι η συχνότητα με την οποία ταλαντώνεται ελεύθερα το σύστημα. Σε μια **εξαναγκασμένη ταλάντωση** η συχνότητα ταλάντωσης είναι η συχνότητα του διεγέρτη. Το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης διατηρείται σταθερό και εξαρτάται από τη συχνότητα του διεγέρτη.

Όταν η συχνότητα του διεγέρτη γίνει ίση με την ιδιοσυχνότητα του συστήματος το πλάτος της ταλάντωσης μεγιστοποιείται και έχουμε **συντονισμό**.

Η κίνηση που προκύπτει από τη **σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων** εξαρτάται από τις συχνότητες, τα πλάτη, τη διαφορά φάσης και τις διευθύνσεις των επί μέρους αρμονικών ταλαντώσεων.

Από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, της ίδιας διεύθυνσης και συχνότητας που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο, προκύπτει απλή αρμονική ταλάντωση. Από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, της ίδιας διεύθυνσης που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο με συχνότητες που διαφέρουν πολύ λίγο, προκύπτει περιοδική κίνηση που παρουσιάζει **διακροτήματα**.

Η **συχνότητα των διακροτημάτων** είναι

$$f_{\delta} = |f_1 - f_2|$$

## Δραστηριότητες

### 1. Εξαναγκασμένη ταλάντωση και ιδιοσυχνότητα ταλαντωτή

Στερεώστε στο ένα άκρο ενός ελατηρίου μεγάλου μήκους ένα σώμα. Κρατήστε την άλλη άκρη του ελατηρίου με το χέρι σας. Αρχίστε να ταλαντώνετε το άκρο που κρατάτε με όσο γίνεται πιο σταθερό ρυθμό (συχνότητα). Δοκιμάστε το ίδιο για διαφορετικές συχνότητες. Για κάποιες συχνότητες (πολύ μικρότερες ή πολύ μεγαλύτερες της ιδιοσυχνότητας του ταλαντωτή) το πλάτος ταλάντωσης του σώματος είναι μικρό ακόμη κι αν το πλάτος ταλάντωσης του χεριού είναι μεγάλο.

Για κάποια συχνότητα ταλάντωσης του χεριού το πλάτος ταλάντωσης του σώματος γίνεται μέγιστο. Έχετε τώρα εντοπίσει την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή.

Δοκιμάστε το ίδιο αφού αντικαταστήσετε το πρώτο σώμα με ένα άλλο που έχει μάζα το ένα τέταρτο της μάζας του πρώτου. Τώρα η ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή πρέπει να έχει γίνει περίπου διπλάσια της προηγούμενης.

Σκεφτείτε, γιατί διπλασιάστηκε η ιδιοσυχνότητα;

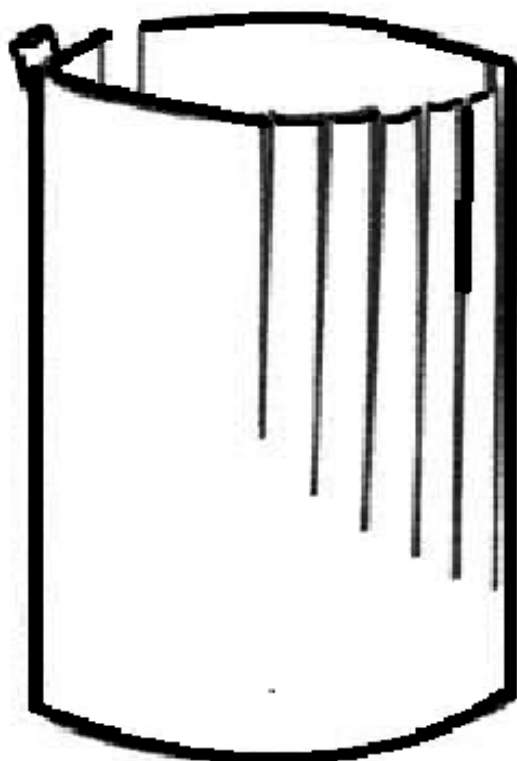
## 2. Συντονισμός

Πάρτε ένα κουτί αναψυκτικού και αδειάστε το περιεχόμενό του. Αφαιρέστε ολόκληρη την πάνω βάση του. Με ένα μεγάλο ψαλίδι κόψτε στο πλευρικό του τοίχωμα επτά κατακόρυφες λουρίδες, τη μια δίπλα

στην άλλη.

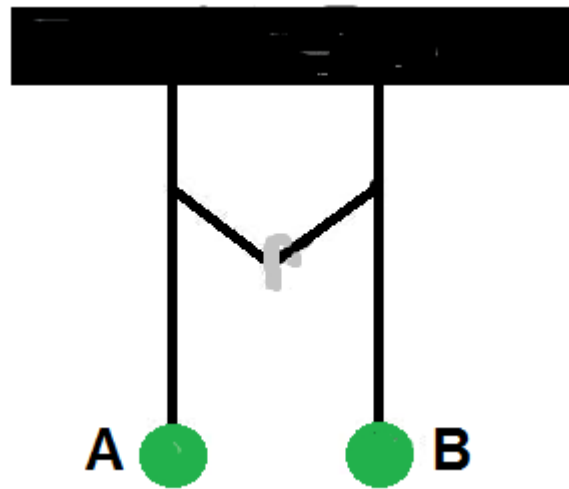
Οι λουρίδες πρέπει να έχουν το ίδιο πλάτος αλλά διαφορετικά μήκη (η πρώτη να έχει μήκος περίπου ίσο με το ένα τρίτο του ύψους του κουτιού και η τελευταία περίπου ίσο με τα δύο τρίτα του ύψους). Φροντίστε ώστε οι λουρίδες να έχουν σταθερό πλάτος και να υπάρχει ανάμεσά τους ένα μικρό διάκενο ώστε να μπορούν να κινούνται ελεύθερα χωρίς να ακουμπούν στις διπλανές τους. Οι επτά λουρίδες πρέπει να καταλαμβάνουν περίπου το μισό της πλευρικής επιφάνειας του κουτιού. Ακριβώς απέναντι από την τέταρτη λουρίδα (αντιδιαμετρικά) κόψτε μια ακόμη λουρίδα με το ίδιο μήκος με την τέταρτη. Θέστε σε ταλάντωση την τελευταία λουρίδα που κόψατε και δείτε ποια

από τις απέναντι λουρίδες ταλαντώνεται με μεγαλύτερο πλάτος.  
Πώς ερμηνεύετε την παρατήρηση;



**Σχήμα 1-38.**

### 3. Συζευγμένα εκκρεμή



**Σχήμα 1-39.**

Όταν υπάρχει δυνατότητα να μεταφέρεται ενέργεια από ένα ταλαντούμενο σύστημα σε ένα άλλο τότε λέμε ότι τα δύο συστήματα βρίσκονται σε σύζευξη. Δύο τέτοια συστήματα παριστάνονται στο [σχήμα 1.39](#). Η περίοδος ενός εκκρεμούς εξαρτάται μόνο από το μήκος του σχοινιού του και την επιτάχυνση της βαρύτητας.

Τα δύο εκκρεμή στο σχήμα έχουν το ίδιο μήκος σχοινιού, επομένως την ίδια ιδιοσυχνότητα και είναι συνδεδεμένα με ένα νήμα στο οποίο έχουμε τοποθετήσει ένα μικρό βάρος π.χ. ένα κομματάκι σύρμα. Κατασκευάστε τη διάταξη. Θέστε σε ταλάντωση το εκκρεμές **A** απομακρύνοντας το σφαιρίδιό του σε διεύθυνση κάθετη από το επίπεδο που ορίζεται από τα δύο εκκρεμή. Παρατηρήστε την κίνηση των δύο εκκρεμών. Προσπαθήστε να περιγράψετε ενεργειακά το φαινόμενο

## Ερωτήσεις

### Απλή αρμονική ταλάντωση

#### 1.1 Ένα σώμα δεμένο στην άκρη κατακόρυφου ελατήριου του



οποίου η άλλη άκρη είναι στερεωμένη ακλόνητα, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους  $A$ . Εάν διπλασιάσουμε το πλάτος της ταλάντωσης, ποια από τα μεγέθη

α) συχνότητα

β) μέγιστη ταχύτητα  $U_{max}$

γ) μέγιστη επιτάχυνση  $a_{max}$

δ) σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης

ε) ενέργεια της ταλάντωσης

θα μεταβληθούν;

**1.2** Ένα σώμα που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση βρίσκεται τη χρονική στιγμή μηδέν στη θέση ισορροπίας. Ποια είναι η αρχική φάση της ταλάντωσής του; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

Αν γνωρίζουμε τη θέση στην οποία βρίσκεται το σώμα τη χρονική στιγμή μηδέν, μπορούμε πάντα να υπολογίσουμε την αρχική φάση της ταλάντωσής του ή πρέπει να γνωρίζουμε και την κατεύθυνση προς την οποία κινείται;

**1.3** Ποια από τις επόμενες σχέσεις ανάμεσα στη συνολική δύναμη **F** που ασκείται σε ένα σώμα και στη θέση  $x$  του σώματος αναφέρεται σε μία απλή αρμονική ταλάντωση;

α)  $F = 10x$    β)  $F = -100x^2$

γ)  $F = -5x$

δ)  $F=50x^2$

**1.4 Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.**

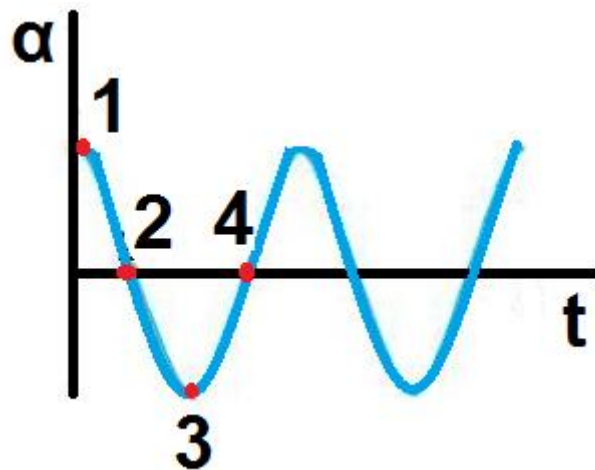
**α) Σε ποιες θέσεις η ταχύτητα, η επιτάχυνση και η συνολική δύναμη είναι: 1) μηδέν; 2) μέγιστη;**

**β) Σε ποιες θέσεις η κινητική ενέργεια είναι ίση με τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης;**

**1.5 Συμπληρώστε τις τιμές που λείπουν στον επόμενο πίνακα ο οποίος αναφέρεται στην απλή αρμονική ταλάντωση ενός σώματος.**

<b>x</b>	<b>U</b>	<b>K</b>
<b>0</b>		
<b>x<sub>1</sub></b>	<b>3J</b>	<b>2J</b>
<b>x<sub>2</sub></b>	<b>4J</b>	
<b>A</b>		

**1.6 Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμο-  
νική ταλάντωση με περίοδο  $T$ .  
Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  το  
σώμα βρίσκεται στη θέση μέγι-  
στης απομάκρυνσης ( $x = A$ ).  
Ποια χρονική στιγμή  
α) θα περάσει για πρώτη φορά  
από τη θέση ισορροπίας;  
β) θα φτάσει πρώτη φορά στη  
θέση  $x = -A$ ;  
γ) θα περάσει για δεύτερη φορά  
από τη θέση ισορροπίας;**



**Σχήμα 1-40.**

- 1.7** Το διάγραμμα του **σχήματος 1.40** παριστάνει την επιτάχυνση ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, σε συνάρτηση με το χρόνο.
- α) Ποιο σημείο του διαγράμματος αντιστοιχεί σε απομάκρυνση **-A**;
- β) Στο **σημείο 4** του διαγράμματος η ταχύτητα της ταλάντωσης είναι θετική, αρνητική ή μηδέν;
- γ) Σε ποια απομάκρυνση αντιστοιχεί το **σημείο 4** του διαγράμματος;

- 1.8** Στα κάτω άκρα δύο κατακόρυφων ελατηρίων A και B ισορροπούν δύο σώματα με μάζες  **$m_A$**  και  **$m_B$**  αντίστοιχα ( **$m_A > m_B$** ). Στην κατάσταση αυτή τα δύο ελατήρια έχουν την ίδια επιμήκυνση.

Απομακρύνουμε και τα δύο σώματα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά  $d$  και τα αφήνουμε ελεύθερα, οπότε εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση. Το σύστημα  $A-m_A$  έχει ενέργεια

- α) ίση με την ενέργεια που έχει το σύστημα  $B - m_B$ .
- β) μεγαλύτερη από την ενέργεια του συστήματος  $B - m_B$ .
- γ) μικρότερη από την ενέργεια του συστήματος  $B - m_B$ .

## Κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων

**1.9** Η περίοδος με την οποία ταλαντώνεται ένα κύκλωμα LC είναι  $3 \times 10^{-6} \text{ s}$ . Τη στιγμή μηδέν ο οπλισμός  $A$  του πυκνωτή έχει μέγιστο θετικό φορτίο. Μετά από πόσο χρόνο, για πρώτη φορά,

- α) ο οπλισμός **A** θα αποκτήσει μέγιστο αρνητικό φορτίο;
- β) ο οπλισμός **A** θα αποκτήσει ξανά μέγιστο θετικό φορτίο;
- γ) η τάση στον πυκνωτή θα γίνει μηδέν;
- δ) η ενέργεια στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου θα γίνει μέγιστη;

**1.10** Ένας φορτισμένος πυκνωτής συνδέεται με ιδανικό πηνίο σε κλειστό κύκλωμα. Γιατί δεν εκφορτίζεται ακαριαία ο πυκνωτής;

**1.11** Να συμπληρώσετε τον επόμενο πίνακα, που αναφέρεται σε ένα κύκλωμα αμείωτων ηλεκτρικών ταλαντώσεων.

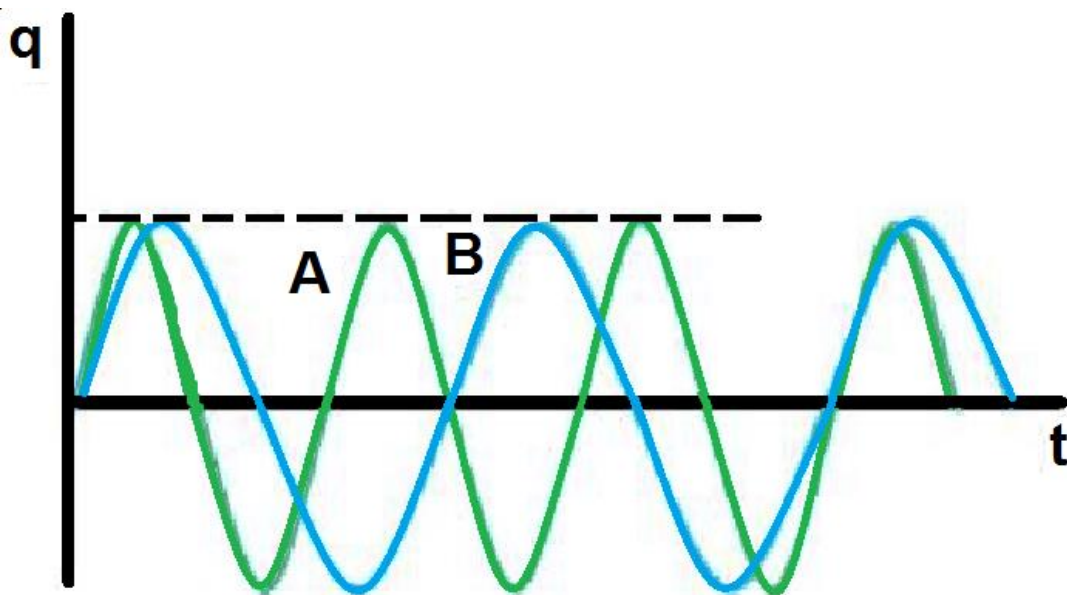
$U_E$	$80 \times 10^{-3} \text{ J}$	$120 \times 10^{-3} \text{ J}$
$U_B$		
$E$	$120 \times 10^{-3} \text{ J}$	

$U_E$		
$U_B$	$50 \times 10^{-3} \text{ J}$	$120 \times 10^{-3} \text{ J}$
$E$		

**1.12** Διαθέτουμε δύο κυκλώματα ηλεκτρικών ταλαντώσεων, τα **A** και **B**. Οι χωρητικότητες των πυκνωτών στα δύο κυκλώματα είναι ίσες. Στο **σχήμα 1.41** παριστάνεται το φορτίο στους



ΠΥΚΝΩΤΕΣ ΤΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ **A** και **B**, σε συνάρτηση με το χρόνο. Να συγκρίνετε τις τιμές  
α) της αυτεπαγωγής των πηνίων β) του μέγιστου ρεύματος, στα δύο κυκλώματα.



**Σχήμα 1-41.**

**1.13** Διαθέτουμε δύο κυκλώματα ηλεκτρικών ταλαντώσεων. Τα κυκλώματα **A** και **B**, με  $C_B=2C_A$  και  $L_B=L_A/2$ .

- Τα κυκλώματα διεγείρονται σε ηλεκτρική ταλάντωση από πηγή τάσης  $V$ . Να συγκρίνετε:
- α) Το μέγιστο φορτίο στους πυκνωτές.
  - β) Τις ενέργειες στα δύο κυκλώματα.
  - γ) Τις περιόδους της ηλεκτρικής ταλάντωσης που εκτελούν.
  - δ) Το μέγιστο ρεύμα στα δύο κυκλώματα.

**1.14** Ιδανικό κύκλωμα LC εκτελεί ηλεκτρική ταλάντωση με συχνότητα  $100\text{kHz}$ . Στο κύκλωμα έχουμε τη δυνατότητα να μεταβάλλουμε το συντελεστή αυτεπαγωγής  $L$  του πηνίου μετακινώντας τον πυρήνα μαλακού σιδήρου που υπάρχει σ' αυτό. Αν μειώσουμε το συντελεστή αυτεπαγωγής

του πηνίου σε  $L/4$ , η συχνότητα της ηλεκτρικής ταλάντωσης του κυκλώματος θα γίνει:

- α)  $25\text{kHz}$  β)  $50\text{kHz}$   
γ)  $200\text{kHz}$  δ)  $400\text{kHz}$

Σημειώστε τη σωστή απάντηση.

**1.15** Σε κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων φέρουμε στιγμιαία τους οπλισμούς του πυκνωτή σε επαφή με τους πόλους μπαταρίας  $1,5\text{V}$ . Το κύκλωμα διεγείρεται και εκτελεί ταλάντωση.

Αν η διέγερση του κυκλώματος γινόταν με μπαταρία  $3\text{V}$ .

1) η ολική ενέργεια στο κύκλωμα θα ήταν α) η ίδια β) διπλάσια γ) τετραπλάσια

2) το μέγιστο ρεύμα στο κύκλωμα θα ήταν α) το ίδιο β) διπλάσιο γ) τετραπλάσιο

### **1.16 Συμπληρώστε τα κενά:**

**Όπως στις αμείωτες μηχανικές ταλαντώσεις η κινητική ενέργεια του συστήματος μετατρέπεται περιοδικά σε**

.....

**και η ολική ενέργεια του συστήματος διατηρείται, έτσι και στις αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις η .....**

**πεδίου μετατρέπεται περιοδικά σε**

**.....πεδίου ενώ το άθροισμά τους .....**

## **Φθίνουσα, ελεύθερη και εξαναγκασμένη ταλάντωση. Συντονισμός.**

**1.17** Το έργο της δύναμης που προκαλεί την απόσβεση σε μια ταλάντωση είναι

α) θετικό αν το ταλαντούμενο σώμα κινείται προς τη θετική κατεύθυνση.

β) πάντα θετικό.

γ) πάντα αρνητικό.

**Επιλέξτε το σωστό.**

**1.18** Σε μία φθίνουσα ταλάντωση, η ενέργεια της ταλάντωσης

α) παραμένει σταθερή.

β) μειώνεται με σταθερό ρυθμό.

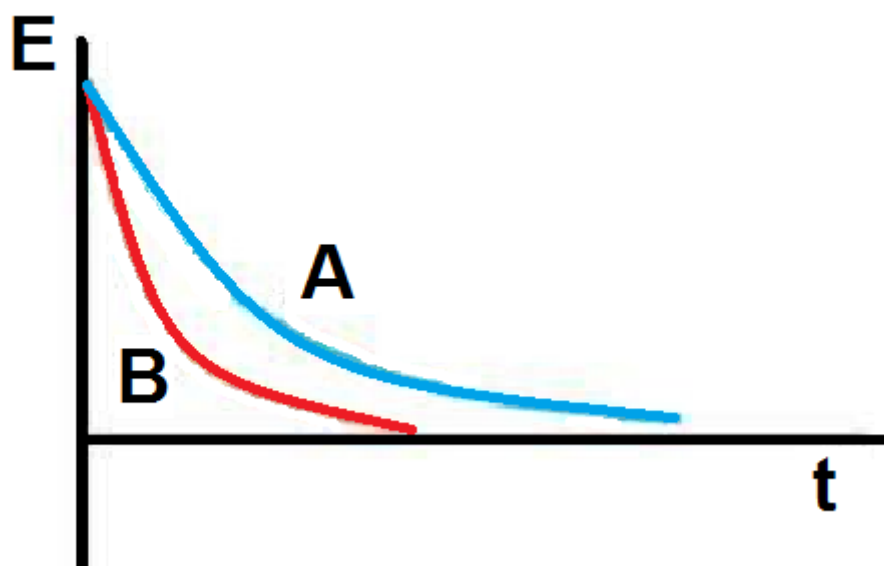
γ) μειώνεται εκθετικά με το χρόνο.

δ) αυξάνεται.

**Επιλέξτε το σωστό.**

**1.19** Ένας ταλαντωτής τη στιγμή  $t_1$  έχει ενέργεια  $E$  και πλάτος ταλάντωσης  $A$ . Η ενέργεια που έχει χάσει ο ταλαντωτής μέχρι τη στιγμή  $t_2$ , που το πλάτος της ταλάντωσης έχει μειωθεί στο μισό, είναι  
α)  $E/2$ ; β)  $E/4$ ; γ)  $3E/4$ ;  
Επιλέξτε το σωστό.

**1.20** Στο **σχήμα 1.42** φαίνεται το διάγραμμα της ολικής ενέργειας  $E$  δύο κυκλωμάτων ηλεκτρικών ταλαντώσεων  $A$  και  $B$ , σε συνάρτηση με το χρόνο. Οι πυκνωτές στα δύο κυκλώματα έχουν την ίδια χωρητικότητα και τα πηνία τον ίδιο συντελεστή αυτεπαγωγής. Ποιο από τα δύο παρουσιάζει μεγαλύτερη ωμική αντίσταση;



**Σχήμα 1-42.**

**1.21** Ένα σώμα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές;

α) Το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται με το χρόνο.

β) Η συχνότητα ταλάντωσης είναι ίση με την ιδιοσυχνότητα του συστήματος.

γ) Το πλάτος της ταλάντωσης εξαρτάται από τη συχνότητα του διεγέρτη.

δ) Η ενέργεια που χάνεται λόγω των αποσβέσεων αναπληρώνεται από το διεγέρτη.

**1.22** Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση κατά το συντονισμό

α) Η ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή είναι μέγιστη.

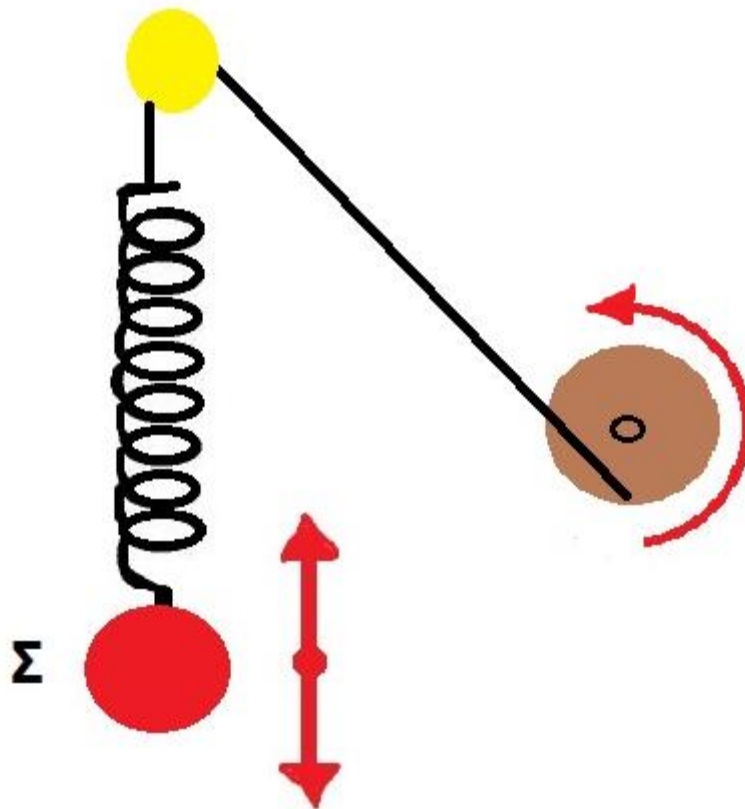
β) Η ενέργεια της ταλάντωσης είναι μέγιστη.

γ) Το πλάτος της ταλάντωσης είναι μέγιστο.

δ) Το ταλαντούμενο σύστημα δε χάνει ενέργεια.

Επιλέξτε τα σωστά.





**Σχήμα 1-43.**

**1.23** Το σώμα του **σχήματος 1.43** κάνει εξαναγκασμένη ταλάντωση. Διαπιστώθηκε ότι όταν η συχνότητα του διεγέρτη παίρνει τις τιμές  **$f_1 = 2\text{Hz}$**  και  **$f_2 = 6\text{Hz}$**  το πλάτος της ταλάντωσης είναι το ίδιο.

Για την ιδιοσυχνότητα  $f_0$  του συστήματος ισχύει

α)  $f_0 < f_1$

β)  $f_1 < f_0 < f_2$

γ)  $f_0 > f_2$

Επιλέξτε το σωστό.

1.24 Να αποδείξετε ότι αν το πλάτος μιας φθίνουσας ταλάντωσης μειώνεται σύμφωνα με τη σχέση  $A = A_0 e^{-\Lambda t}$  οι τιμές  $A_1$   $A_2$   $A_3 \dots$  του πλάτους και  $E_1$   $E_2$   $E_3 \dots$  της ενέργειας της ταλάντωσης κατά τις χρονικές στιγμές  $T$ ,  $2T$ ,  $3T \dots$ , ικανοποιούν τις σχέσεις:

α)  $\frac{A_1}{A_2} = \frac{A_2}{A_3} = \frac{A_3}{A_4} = \dots$

β)  $\frac{E_1}{E_2} = \frac{E_2}{E_3} = \frac{E_3}{E_4} = \dots$

## Σύνθεση ταλαντώσεων

**1.25** Ένα σώμα κάνει ταυτόχρονα δυο αρμονικές ταλαντώσεις της ίδιας συχνότητας που γίνονται πάνω στην ίδια ευθεία, γύρω από το ίδιο σημείο. Τα πλάτη των ταλαντώσεων είναι, αντίστοιχα, **5cm** και **3cm**. Αν οι δύο ταλαντώσεις έχουν την ίδια φάση τότε το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα είναι **A=.....** ενώ αν οι ταλαντώσεις έχουν διαφορά φάσης **180<sup>0</sup>** το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος είναι **A=.....**

**1.26** Ένα σώμα κάνει ταυτόχρονα δύο αρμονικές ταλαντώσεις του ίδιου πλάτους **A** και της ίδιας διεύθυνσης.

Οι συχνότητες  $f_1$  και  $f_2$  των δύο ταλαντώσεων διαφέρουν λίγο μεταξύ τους. Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι ορθές;

α) Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

β) Το πλάτος της ταλάντωσης μεταβάλλεται με το χρόνο.

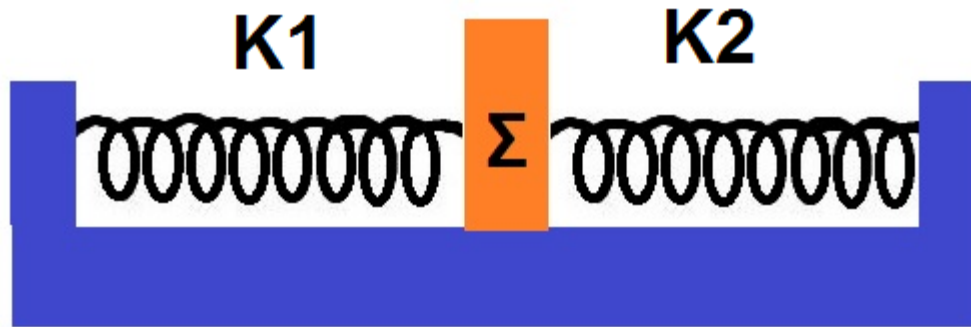
γ) Η μέγιστη τιμή του πλάτους είναι  $2A$ .

δ) Ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικές μεγιστοποιήσεις του πλάτους είναι σταθερός.

ε) Ο χρόνος που μεσολαβεί ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους εξαρτάται από τη διαφορά  $f_1 - f_2$  και μεγαλώνει όταν η διαφορά αυτή ελαττώνεται.

# Ασκήσεις

## Απλή αρμονική ταλάντωση



Σχήμα 1-44.

**1.27** Κάθε ελατήριο στο **σχήμα 1.44** έχει το ένα άκρο του στερεωμένο σε ακίνητο σημείο και το άλλο του άκρο προσδεμένο στο σώμα **Σ**. Οι σταθερές των δύο ελατηρίων είναι  **$K_1 = 120\text{N/m}$**  και  **$K_2 = 80\text{N/m}$** . Το σώμα **Σ**, έχει μάζα  **$m = 2\text{kg}$**  και μπορεί να κινείται χωρίς τριβές.

Να αποδείξετε ότι η κίνηση που θα εκτελέσει το σώμα **Σ**, αν εκτραπεί

από τη θέση ισορροπίας του κατά τη διεύθυνση του άξονα των ελατηρίων είναι απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την περίοδο της ταλάντωσης.

[Απ:  $T=0,2\pi$  s]

**1.28** Σώμα μάζας  $m = 2$  kg κάνει απλή αρμονική ταλάντωση. Το πλάτος της ταλάντωσης είναι  $A = 0,5$  m. Όταν το σώμα απέχει από τη θέση ισορροπίας του  $x_1 = 0,3$  m η ταχύτητά του είναι  $v_1 = 4$  m / s.

α) Υπολογίστε τη σταθερά  $D$  της ταλάντωσης.

β) Υπολογίστε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος όταν η απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας είναι  $x_2 = 0,4$  m.

[Απ: α)  $D = 200$  N/m β)  $v = 3$  m/s]

**1.29** Στην ελεύθερη άκρη κατακόρυφου ελατηρίου κρέμεται σώμα άγνωστης μάζας. Η επιμήκυνση του ελατηρίου, όταν το σώμα ισορροπεί είναι  $\Delta\ell = 2,5\text{cm}$ . Να υπολογίσετε την περίοδο της κατακόρυφης ταλάντωσης που θα κάνει το σώμα, αν το απομακρύνουμε κατακόρυφα από τη θέση ισορροπίας του και το αφήσουμε ελεύθερο.  
Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$ .

[Απ: 0,314 s]

## Ηλεκτρικές ταλαντώσεις

**1.30** Κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων αποτελείται από πυκνωτή χωρητικότητας  $C = 5\ \mu\text{F}$  και πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής  $L = 4 \times 10^{-3}\text{H}$ .

Να υπολογίσετε τη συχνότητα με την οποία ταλαντώνεται το κύκλωμα, αν διεγερθεί.

[Απ: 1126 Hz]

**1.31** Κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων με πυκνωτή χωρητικότητας  $C = 20 \times 10^{-6} \text{ F}$  και πηνίο αυτεπαγωγής  $L = 5 \times 10^{-2} \text{ H}$  διεγείρεται σε ταλάντωση. Για τη διέγερση του κυκλώματος, τη χρονική στιγμή μηδέν ο πυκνωτής έρχεται στιγμιαία σε επαφή με τους πόλους πηγής τάσης  $V = 50 \text{ V}$ . Να γράψετε τις σχέσεις του φορτίου στον πυκνωτή και της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα, σε συνάρτηση με το χρόνο.

[Απ:  $q = 10^{-3} \sin 1000t$   
 $i = -1 \eta \mu 1000t \text{ (S.I.)}$ ]



## Φθίνουσες και εξαναγκασμένες ταλαντώσεις. Συντονισμός.

**1.32** Σώμα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση το πλάτος της οποίας μειώνεται σύμφωνα με τη σχέση  $A = A_0 e^{-\lambda t}$ . Τη στιγμή  $t = 0$  η ταλάντωση είχε πλάτος  $A_0 = 32 \text{ cm}$  ενώ τη στιγμή  $t_1 = 10 \text{ s}$  το πλάτος γίνεται  $A_1 = 16 \text{ cm}$ . Ποια χρονική στιγμή το πλάτος της ταλάντωσης θα είναι  $A = 1 \text{ cm}$ .

[Απ:  $50 \text{ s}$  ]

## Σύνθεση ταλαντώσεων

**1.33** Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο αρμονικές ταλαντώσεις, με εξισώσεις  $x_1=4\eta\mu 50\omega t$  και  $x_2=4\eta\mu(50t-\pi)$  (S.I.), που γίνονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από το ίδιο σημείο. Ποιο είναι το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος; [Απ: 0 ]

**1.34** Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο αρμονικές ταλαντώσεις με εξισώσεις,  $x_1=10\eta\mu 50t$  και  $x_2=4\eta\mu 50t$ , που γίνονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από το ίδιο σημείο. Τα πλάτη των δύο ταλαντώσεων είναι μετρημένα σε cm. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης, που εκτελεί το σώμα.

[Απ:  $x=0,14 \eta\mu 50t$  (S.I.) ]

**1.35** Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο αρμονικές ταλαντώσεις με εξισώσεις  $x_1=8\eta\mu 50\pi t$  και  $x_2=6\eta\mu(50\pi t - \pi)$ , που γίνονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από το ίδιο σημείο. Τα πλάτη των δύο ταλαντώσεων είναι μετρημένα σε cm. Να γράψετε τις σχέσεις της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο και να υπολογίσετε την περίοδο της ταλάντωσής του.

[Απ:  $v=3,14 \text{ συν} 50\pi t \text{ (m/s)}$ ,  
 $\alpha=-493 \eta\mu 50\pi t \text{ (m/s}^2\text{)}$ ,  $T=0,04\text{s}$ ]

**1.36** Το διαπασών παράγει αρμονικό ήχο που εξαναγκάζει το τύμπανο του αφτιού να κάνει ταλάντωση. Ένας παρατηρητής

ακούει τον ήχο από δύο διαπα-  
σών, που λειτουργούν ταυτό-  
χρονα και παράγουν ήχους με  
συχνότητες  $f_1=2500\text{Hz}$  και  
 $f_2 = 2500,5 \text{ Hz}$ . Ο παρατηρητής  
αντιλαμβάνεται έναν ήχο που  
άλλοτε «σβήνει» (το πλάτος της  
ταλάντωσης μηδενίζεται) και άλ-  
λοτε αποκτά μέγιστη ένταση  
(το πλάτος της ταλάντωσης γί-  
νεται μέγιστο). Ποιος είναι ο  
χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδο-  
χικούς μηδενισμούς της έντα-  
σης του ήχου;

[Απ: 2 s ]

# Προβλήματα

**1.37** Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο  $T=0,2\pi\text{s}$ . Τη χρονική στιγμή μηδέν το σώμα βρίσκεται στη θέση  $x=2\text{cm}$  και έχει ταχύτητα  $v = -0,2\sqrt{3}\text{m/s}$ . Να γράψετε τις σχέσεις που δίνουν την απομάκρυνση, την ταχύτητα και την επιτάχυνση του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.

$$[\text{Απ} : x = 4 \times 10^{-2} \eta\mu\left(10t + \frac{5\pi}{6}\right),$$

$$v = 0,4\sigma\upsilon\nu\left(10t + \frac{5\pi}{6}\right),$$

$$a = -4\eta\mu\left(10t + \frac{5\pi}{6}\right), (\text{SI})]$$

**1.38** Στην κάτω άκρη κατακόρυφου ελατηρίου, σταθεράς  $K=100\text{N/m}$ , ή άλλη άκρη του οποίου είναι στερεωμένη σε ακλόνητο σημείο, ισορροπεί σώμα μάζας  $m=1\text{kg}$ . Το σώμα απομακρύνεται κατακόρυφα προς τα κάτω κατά  $d = 5\text{ cm}$  από τη θέση ισορροπίας του και τη στιγμή μηδέν αφήνεται ελεύθερο. Να υπολογίσετε:

- α) τη συχνότητα της ταλάντωσης που θα εκτελέσει.
- β) την αρχική φάση στην ταλάντωσή του.
- γ) τη μέγιστη ταχύτητα που αποκτά κατά την κίνησή του.
- δ) τη μέγιστη επιτάχυνση που έχει.

ε) τη μέγιστη δύναμη που δέχεται από το ελατήριο κατά τη διάρκεια της ταλάντωσής του.

Δίνεται  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

[Απ: α)  $5/\pi \text{ Hz}$  β)  $\pi/2$  ή  $3\pi/2$   
γ)  $0,5 \text{ m/s}$  δ)  $5 \text{ m/s}^2$  ε)  $15 \text{ N}$ ]

**1.39** Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους  $A = 20 \text{ cm}$  με περίοδο  $T = 10 \text{ s}$ . Τη χρονική στιγμή μηδέν το σώμα περνά από τη θέση ισορροπίας. Να υπολογιστεί επί πόσο χρόνο (μέχρι να επιστρέψει στη θέση ισορροπίας) η απομάκρυνσή του θα είναι μεγαλύτερη από  $x = 10 \text{ cm}$ .

[Απ:  $10/3 \text{ s}$ ]

**1.40** Ο εμπρόσθιος προφυλακτήρας ενός αυτοκινήτου συμπεριφέρεται σαν ιδανικό ελατήριο σταθεράς  $K = 25 \times 10^5 \text{ N/m}$ .

- α) Η μάζα του οχήματος, μαζί με τους επιβάτες του είναι  $M = 1000 \text{ kg}$ . Το αυτοκίνητο συγκρούεται μετωπικά με ακίνητο εμπόδιο, ενώ κινείται με ταχύτητα  $u = 18 \text{ km/h}$ . Υπολογίστε τη μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου -προφυλακτήρα- καθώς και τη χρονική διάρκεια της συσπείρωσης.
- β) Ένας επιβάτης έχει μάζα  $m = 60 \text{ kg}$ . Υπολογίστε τη μέγιστη οριζόντια δύναμη που πρέπει να δεχτεί από τη ζώνη πρόσδεσης, ώστε να μην εκτιναχτεί από το κάθισμα κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης.



**Σημείωση:** Θα θεωρήσετε ότι κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης οι τριβές και οι αντιστάσεις είναι αμελητέες και ότι ο κινητήρας του οχήματος δε λειτουργεί.

[Απ: α)  $0,1 \text{ m}$ ,  $\pi/100 \text{ s}$ , β)  $15 \times 10^3 \text{ N}$ ]

### 1.41 Ακίνητο σώμα μάζας

$M = 100\text{g}$  βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι προσδεμένο στην άκρη οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς

$K = 300\text{N/m}$ , η άλλη άκρη του οποίου είναι στερεωμένη ακλόνητα. Βλήμα μάζας  $m = 20\text{g}$ ,

που κινείται στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου με ταχύτητα  $u = 30\text{m/s}$ , συγκρούεται με το σώμα  $M$  και σφηνώνεται σε αυτό. Να υπολογίσετε:

α) την κοινή ταχύτητα που αποκτούν τα δύο σώματα αμέσως μετά τη σύγκρουση.

β) το διάστημα που θα διανύσει το συσσωμάτωμα, μέχρι να σταματήσει στιγμιαία για πρώτη φορά.

γ) σε πόσο χρόνο από τη στιγμή της σύγκρουσης το συσσωμάτωμα θα σταματήσει στιγμιαία για πρώτη φορά.

Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.

[Απ:  $5 \text{ m/s}$ ,  $0,1 \text{ m}$ ,  $3,14 \times 10^{-2} \text{ s}$  ]

1.42 Κύκλωμα LC εκτελεί ηλεκτρική ταλάντωση με συχνότητα

$\frac{5000}{\pi} \text{ Hz}$ . Το μέγιστο φορτίο στον

πυκνωτή είναι  $Q = 5 \times 10^{-7} \text{ C}$ .

α) Να υπολογίσετε το πλάτος της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα και το φορτίο του πυκνωτή τη στιγμή που το ρεύμα στο κύκλωμα είναι  $i = 3 \times 10^{-3} \text{ A}$ .

β) Θεωρήστε ότι η χωρητικότητα του πυκνωτή είναι  $1 \mu\text{F}$ . Να παραστήσετε σε κοινούς άξονες την ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή, την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου και την ολική ενέργεια σε συνάρτηση με το φορτίο του πυκνωτή.

[Απ:  $5 \text{ mA}$   $4 \times 10^{-7} \text{ C}$  ]

### 1.43 Πυκνωτής χωρητικότητας

$C = 4 \times 10^{-5} \text{ F}$  φορτίζεται σε τάση  $V = 100 \text{ V}$ . Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  οι οπλισμοί του συνδέονται στα άκρα πηνίου με συντελεστή

αυτεπαγωγής  $L = 0,9 \text{ H}$  και το κύκλωμα εκτελεί ηλεκτρική ταλάντωση.

α) Ποιο είναι το μέγιστο φορτίο που απέκτησε ο πυκνωτής κατά τη φόρτισή του;

β) Ποιο είναι το φορτίο του πυκνωτή τις στιγμές που η ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου στον πυκνωτή είναι ίση με την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου στο πηνίο;

γ) Ποια χρονική στιγμή η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου γίνεται, για πρώτη φορά, ίση με την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου;

[Απ: α)  $4 \times 10^{-3} \text{ C}$  β)  $2\sqrt{2} \times 10^{-3} \text{ C}$

γ)  $1,5\pi \times 10^{-3} \text{ s}$  ]

**1.44** Κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων περιλαμβάνει πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής  $L=16 \text{ mH}$  και πυκνωτή χωρητικότητας  $C = 4 \times 10^{-5}$ .

Κάποια στιγμή το φορτίο στον πυκνωτή είναι  $q = 20 \text{ } \mu\text{C}$  και η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα  $i=25\sqrt{3} \text{ mA}$ .

Ποιο είναι το μέγιστο φορτίο που αποκτά ο πυκνωτής κατά την ηλεκτρική ταλάντωση;

[Απ:  $40 \text{ } \mu\text{C}$  ]

**1.45** Σώμα μάζας  $m = 2 \text{ kg}$  εκτελεί ταυτόχρονα δύο αρμονικές ταλαντώσεις της ίδιας διεύθυνσης γύρω από το ίδιο σημείο. Οι εξισώσεις των ταλαντώσεων είναι  $x_1 = 10 \text{ ημ}50\pi t$  και  $5\text{ημ}(50\pi t - \pi)$ .

Τα πλάτη των δύο ταλαντώσεων είναι μετρημένα σε cm.

α) Ποια είναι η σταθερά **D** της αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα;

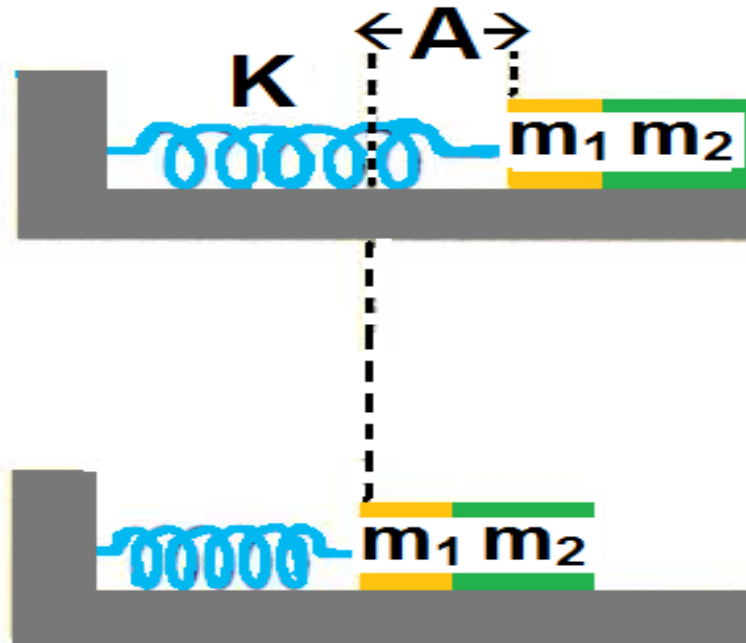
β) Ποια είναι η ενέργεια της ταλάντωσης;

γ) Ποιο είναι το μέτρο της ταχύτητας του σώματος όταν η απόμακρυνσή του είναι **x=4 cm**;

Δίνεται  $\pi^2 \approx 10$ .

[Απ: **D = 5 χ10<sup>4</sup> N / m, E = 62,5 J,**

**v = 3√2,5m / s]**



**Σχήμα 1-45.**

**1.46** Τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  του σχήματος είναι τοποθετημένα σε λείο οριζόντιο επίπεδο και εφάπτονται μεταξύ τους.

Το  $\Sigma_1$  είναι δεμένο στην άκρη οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς  $K = 100\text{N/m}$ . Το ελατήριο έχει το φυσικό μήκος του και τα σώματα ισορροπούν. Μετακινούμε τα σώματα ώστε το ελατήριο να συσπειρωθεί κατά  $A = 40\text{cm}$  και

στη συνέχεια τα αφήνουμε ελεύθερα.

Να βρείτε:

- α) τη θέση στην οποία θα αποχωρισθεί το  $\Sigma_2$  από το  $\Sigma_1$ .
- β) το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί το  $\Sigma_1$  αφού αποχωρισθεί από το  $\Sigma_2$ .
- γ) την απόσταση των σωμάτων όταν η ταχύτητα του  $\Sigma_1$  μηδενίζεται για πρώτη φορά.

Δίνονται οι μάζες των σωμάτων

$m_1 = 1 \text{ kg}$  και  $m_2 = 3 \text{ kg}$  αντίστοιχα.

[Απ: α) στη θέση ισορροπίας  
β) 20 cm, γ) 11,4 cm ]



**1.47** Κατακόρυφο ελατήριο με σταθερά  $K = 100\text{N/m}$  έχει το κάτω άκρο του στερεωμένο στο δάπεδο. Στο επάνω άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1=1\text{kg}$ , που ισορροπεί. Δεύτερο σώμα  $\Sigma_2$ , μάζας  $m_2$  βρίσκεται πάνω από το πρώτο σε άγνωστο ύψος  $h$ . Μετακινούμε το σώμα  $\Sigma_1$  προς τα κάτω κατά  $\ell = 0,2\text{m}$  και το αφήνουμε ελεύθερο, ενώ την ίδια στιγμή αφήνουμε ελεύθερο και το δεύτερο σώμα.

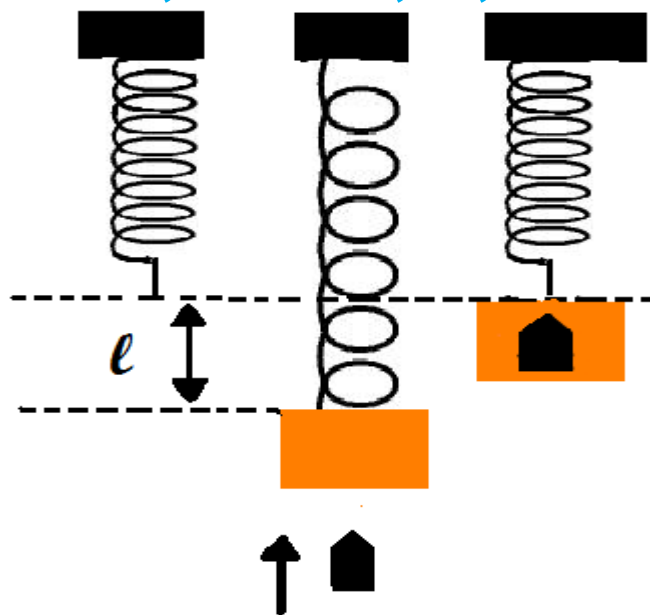
α) Από ποιο ύψος  $h$  πρέπει να αφεθεί το  $\Sigma_2$  ώστε να συναντήσει το  $\Sigma_1$  στη θέση ισορροπίας του;

β) Ποια είναι η ταχύτητα κάθε σώματος τη στιγμή που συγκρούονται;

γ) Αν η χρονική διάρκεια της σύγκρουσης των δύο σωμάτων είναι αμελητέα και το κάθε σώμα αποκτά μετά την κρούση ταχύτητα αντίθετη από αυτή που είχε πριν συγκρουστεί, να υπολογίσετε το χρόνο ανάμεσα σε δύο διαδοχικές κρούσεις.

Δίνονται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $\pi^2 \approx 10$ .

[Απ: 0,125 m, 2 m/s, 1,57 m/s 0,314s]



Σχήμα 1-46.

**1.48** Σώμα  $\Sigma_1$ , μάζας  $m_1 = 0,3\text{kg}$  αναρτάται στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Όταν το σώμα ισορροπεί η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι  $0,25\text{m}$ . Δεύτερο σώμα  $\Sigma_2$ , μάζας  $m_2 = 0,45\text{kg}$ , βάλλεται κατακόρυφα από το έδαφος και στην πορεία του συναντάει το  $\Sigma_1$  και συγκρούεται με αυτό. Το συσσωμάτωμα που προέκυψε από την κρούση φτάνει μέχρι τη θέση στην οποία το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος.

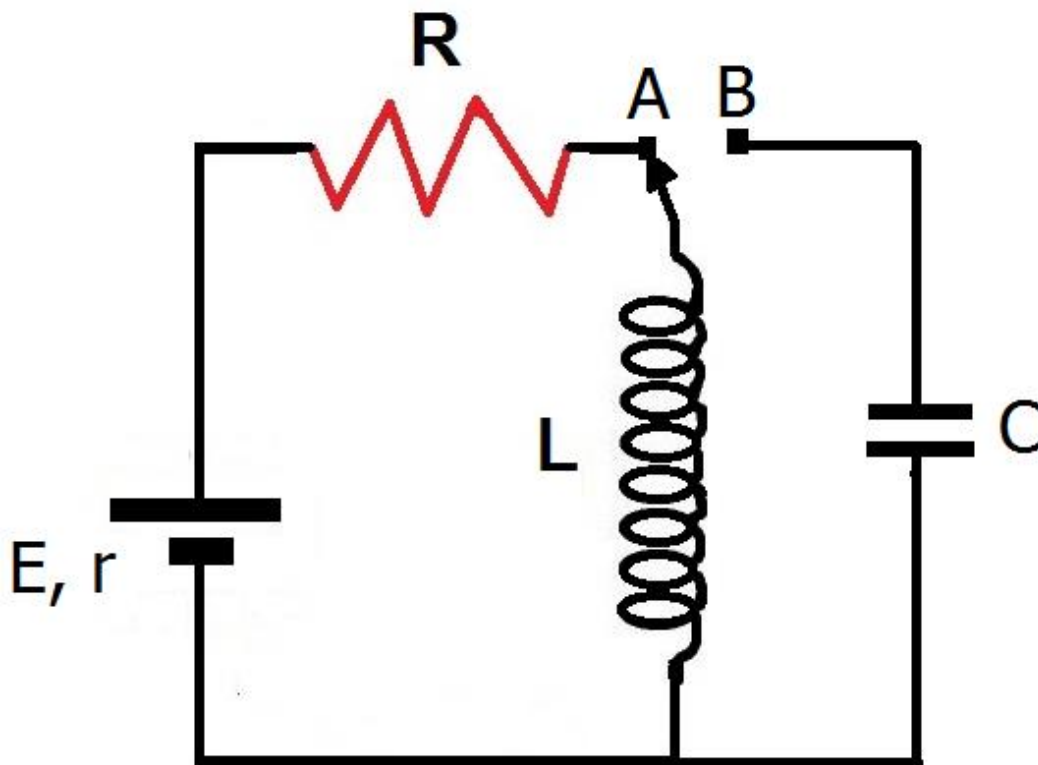
α) Ποια είναι η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση;

β) Ποια είναι η μέγιστη ταχύτητα που αποκτά το συσσωμάτωμα κατά την κάθοδό του;

γ) Μετά από πόσο χρόνο, από τη στιγμή που το συσσωμάτωμα φτάνει στην ανώτερη θέση, η ταχύτητά του γίνεται, για πρώτη φορά, μέγιστη;

Δίνονται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

[Απ:  $2\text{m/s}$ ,  $2,5\text{m/s}$ ,  $0,4\text{s}$  ]



Σχήμα 1-47.

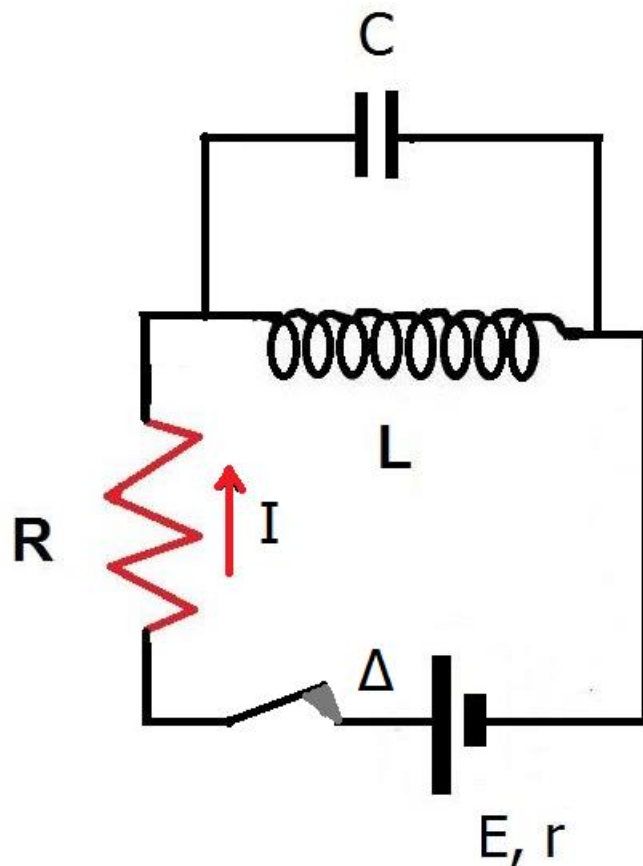
**1.49** Στο κύκλωμα του σχήματος 1.47 δίνονται:  $E = 12V$ ,  $r = 0$ ,  $L = 10mH$ ,  $C = 1\mu F$ ,  $R = 20\Omega$ . Αρχικά ο μεταγωγός βρίσκεται στη θέση **A** και το πηνίο διαρρέεται από σταθερό ρεύμα. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  ο μεταγωγός μεταφέρεται ακαριαία στη θέση **B**.

α) Ποιος οπλισμός θα αποκτήσει πρώτος θετικό φορτίο;

β) Γράψτε τις εξισώσεις που δίνουν την ένταση του ρεύματος και το φορτίο του πυκνωτή σε συνάρτηση με το χρόνο.

[Απ: α) Ο οπλισμός που συνδέεται με τον αρνητικό πόλο της πηγής.

β)  $i = 0,6 \text{ συν} 10^4 t$ ,  $q = 6 \times 10^{-5} \text{ ημ} 10^4 t$   
(S.I.) ]



**Σχήμα 1-48.**

**1.50** Στο κύκλωμα του **σχήματος 1.48** δίνονται  $E=6V$ ,  $R=2\Omega$ ,  $L=0,2 \times 10^{-3}H$ ,  $r=0$ . Αρχικά ο διακόπτης  $\Delta$  είναι κλειστός, το κύκλωμα διαρρέεται από σταθερό ρεύμα και ο πυκνωτής είναι αφόρτιστος. Όταν ανοίξουμε το διακόπτη ο πυκνωτής φορτίζεται.

α) Εξηγήστε γιατί φορτίζεται ο πυκνωτής;

β) Ποια πρέπει να είναι η χωρητικότητα του πυκνωτή ώστε η τάση στους οπλισμούς του να μην υπερβεί τα **10V**;

[Απ: **18  $\mu$ F** ]

# Εύρεση της ταχύτητας και της επιτάχυνσης στην Απλή Αρμονική Ταλάντωση με το Διαφορικό Λογισμό



Αρμονική ταλάντωση είναι η ευθύγραμμη κίνηση στην οποία η απομάκρυνση  $x$ , του σώματος από τη θέση ισορροπίας δίνεται από τη συνάρτηση

$$x = A\eta\mu\omega t$$

Η ταχύτητα ενός σώματος, που κινείται ευθύγραμμα, κάποια χρονική στιγμή, είναι:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} .$$



Το όριο αυτό, αν υπάρχει, ονομάζεται παράγωγος του  $x$  ως προς  $t$

και το σύμβολό του είναι  $\frac{dx}{dt}$ .

Η ταχύτητα  $u$  ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση είναι

$$-u = \frac{dx}{dt} = [A\eta\mu\omega t]' \quad (1.36).$$

Η παράγωγος μιας σύνθετης συνάρτησης  $f(g(t))$  είναι

$$[f(g(t))]' = f'(g(t))g'(t).$$

Οι παράγωγοι των συναρτήσεων  $\eta\mu u$  και  $\sigma\upsilon\nu u$  είναι

$$\eta\mu' u = \sigma\upsilon\nu u \quad \sigma\upsilon\nu' u = -\eta\mu u$$

άρα

$$[A\eta\mu\omega t]' = A\eta\mu'\omega t \quad (\omega t)' = A\omega\sigma\upsilon\nu\omega t$$

και η 1.36 γίνεται

$$u = A\omega \sin \omega t \quad (1.37)$$

Το γινόμενο  $A\omega$  είναι σταθερό, έχει διαστάσεις ταχύτητας και εκφράζει τη μέγιστη ταχύτητα που αποκτάει το σώμα. Θέτοντας

$u_{\max} = A\omega$  η (1.37) γίνεται:

$$u = u_{\max} \sin \omega t$$

Η επιτάχυνση ενός σώματος, που κινείται ευθύγραμμα, κάποια στιγμή

είναι:  $\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta t}$ .

Το όριο αυτό είναι η παράγωγος της ταχύτητας ως προς το χρόνο (συμβολίζεται  $\frac{du}{dt}$ ).

$$\alpha = \frac{du}{dt} = [A\omega \sin \omega t]' =$$

$$= A\omega \cos \omega t (\omega t)' = -A\omega^2 \sin \omega t \quad (1.38)$$

Το γινόμενο  $A\omega^2$  είναι σταθερό, έχει διαστάσεις επιτάχυνσης και εκφράζει τη μέγιστη επιτάχυνση που αποκτά το σώμα κατά την κίνησή του. Αντικαθιστώντας  $A\omega^2 = \alpha_{\max}$  η σχέση (1.38) παίρνει την πιο συνηθισμένη της μορφή

$$\alpha = -\alpha_{\max} \sin \omega t$$

# Πίνακες Σταθερών - Χρήσιμα Μεγέθη

## Θεμελιώδεις Φυσικές Σταθερές

Όνομα	Σύμβολο	Τιμή
Ταχύτητα του φωτός	$c$	$3 \times 10^8 \text{ m / s}$
Φορτίο ηλεκτρονίου (απόλυτη τιμή)	$e$	$1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$

Όνομα	Σύμβολο	Τιμή
Βαρυτική σταθερά (σταθερά της παγκόσμιας έλξης)	G	$6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 / \text{Kg}^2$
Σταθερά Planck	h	$6,626 \times 10^{-34} \text{ J s}$
Σταθερά Boltzmann	k	$1,38 \times 10^{-23} \text{ J K}$
Σταθερά Avogadro	NA	$6,023 \times 10^{23} \text{ μόρια /mol}$
Σταθερά των αερίων	R	$8,314 \text{ J / mol K}$
Μάζα ηλεκτρονίου	me	$9,1 \times 10^{-31} \text{ Kg}$

Όνομα	Σύμβολο	Τιμή
Μάζα νετρονίου	$m_n$	$1,675 \times 10^{-27} \text{ Kg}$
Μάζα πρωτονίου	$m_p$	$1,673 \times 10^{-27} \text{ Kg}$
Διηλεκτρική σταθερά του κενού	$\epsilon_0$	$8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{N m}^2$
Σταθερά Coulomb	$K_C$	$9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2$
Μαγνητική διαπερατότητα του κενού	$\mu_0$	$4\pi \times 10^{-7} \text{ Wb} / \text{A m}$

## Άλλες Χρήσιμες Σταθερές

Μηχανικό ισοδύναμο της θερμότητας		4,186 J / cal
Κανονική ατμοσφαιρική πίεση	1 atm	$1,013 \times 10^5 \text{ Pa (N /m}^2\text{)}$
Απόλυτο μηδέν	0 K	- 273 °C
Ηλεκτρονιοβόλτ	1 eV	$1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$
Ενέργεια ηρεμίας ηλεκτρονίου	$mc^2$	0,511 MeV
Γραμμομοριακός όγκος ιδανικού αερίου (0°C, 1 atm)	$V_{\text{mol}}$	22,4 L / mol

## Λεξιλόγιο Όρων

### A

**αδρανειακό σύστημα:** σύστημα αναφοράς στο οποίο ισχύει η αρχή της αδράνειας του Newton.

**αεροδύναμη:** η δύναμη που δέχεται από τον αέρα η πτέρυγα του αεροπλάνου κατά τη διάρκεια της πτήσης του.

**αιθέρας:** υποθετικό αβαρές ελαστικό μέσο, η παρουσία του οποίου θεωρήθηκε απαραίτητη για τη διάδοση του φωτός.

**ακτίνες Röntgen:** ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία με μήκη κύματος μεταξύ  $10^{-8}$  και  $10^{-13}$  m. Είναι αποτέλεσμα της επιβράδυνσης των ηλεκτρονίων



που προσπίπτουν σε μεταλλικές επιφάνειες με μεγάλη ταχύτητα ή της αποδιέγερσης των ατόμων του μετάλλου.

**ακτίνες γ:** ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία με μήκη κύματος μεταξύ  $10^{-10}$  και  $10^{-14}$  m. Εκπέμπονται από πυρήνες ραδιενεργών στοιχείων.

**ακτίνες Χ:** οι ακτίνες Röntgen.

**ακτινοβολία:** ενέργεια που εκπέμπεται με μορφή ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων.

**αμορτισέρ:** μηχανισμός που χρησιμοποιείται για την απόσβεση των ταλαντώσεων των αυτοκινήτων.

**ανάκλαση κύματος:** το φαινόμενο κατά το οποίο όταν το κύμα συναντήσει τη διαχωριστική επιφάνεια

δύο μέσων επιστρέφει στο πρώτο μέσο ακολουθώντας ορισμένο δρόμο.

**άξονας περιστροφής (στερεού σώματος):** η ευθεία που ενώνει τα σημεία τα οποία παραμένουν ακίνητα κατά την περιστροφή του σώματος.

**απεριοδική ταλάντωση:** η κίνηση ενός ταλαντωτή ο οποίος δεν υπερβαίνει τη θέση ισορροπίας, λόγω ισχυρών αποσβέσεων.

**απομάκρυνση:** η απόσταση σώματος που ταλαντώνεται, από τη θέση ισορροπίας.

**αρμονική ταλάντωση:** η ταλάντωση στην οποία η απομάκρυνση του ταλαντωτή είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου.

**αρχική φάση:** η τιμή που έχει τη χρονική στιγμή μηδέν η φάση ενός μεγέθους που μεταβάλλεται αρμονικά με το χρόνο.

**Γ**

**γενική θεωρία της σχετικότητας:** η θεωρία της σχετικότητας που συμπεριλαμβάνει και μη αδρανειακά συστήματα - θεωρία για τη βαρύτητα.

**γωνία εκτροπής:** η γωνία που σχηματίζει με την αρχική της διεύθυνση η μονοχρωματική δέσμη που βγαίνει από μια οπτική διάταξη.

**γωνιακή συχνότητα:** μέγεθος που χαρακτηρίζει τα περιοδικά

φαινόμενα, ανάλογο προς τη συχνότητα. Στην ομαλή κυκλική κίνηση συμπίπτει με το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας.

**Δ**

**δείκτης διάθλασης (υλικού):** ο λόγος της ταχύτητας του φωτός στο κενό προς την ταχύτητά του στο υλικό αυτό.

**δεσμός στάσιμου κύματος:** ένα σημείο που παραμένει ακίνητο όταν στο ελαστικό μέσο στο οποίο ανήκει δημιουργείται στάσιμο κύμα.

**δευτέριο:** ισότοπο του υδρογόνου με μαζικό αριθμό δύο.

**διάθλαση κύματος:** η αλλαγή πορείας ενός κύματος κατά τη μετάβασή του από ένα μέσο σε ένα άλλο στο οποίο διαδίδεται με διαφορετική ταχύτητα.

**διακρότημα:** η αυξομείωση του πλάτους της ταλάντωσης που εκτελεί ένα σώμα όταν μετέχει σε δυο ταλαντώσεις της ίδιας διεύθυνσης, που έχουν το ίδιο πλάτος και συχνότητες που παρουσιάζουν μικρή διαφορά.

**διάμηκες κύμα:** το κύμα στο οποίο τα μόρια του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται στη διεύθυνση της διάδοσής του.

**διαμόρφωση πλάτους (AM):** η τροποποίηση του πλάτους του ηλεκτρομαγνητικού κύματος που εκπέμπει ο σταθμός, από το μικροφωνικό ρεύμα.

**διαμόρφωση συχνότητας (FM):** η τροποποίηση της συχνότητας του ηλεκτρομαγνητικού κύματος που εκπέμπει ο σταθμός, από το μικροφωνικό ρεύμα.

**διασκεδασμός (του φωτός):** η εξάρτηση του δείκτη διάθλασης ενός υλικού από το μήκος κύματος.

**διαστολή του χρόνου:** Η φαινομενική επιβράδυνση του χρόνου (αύξηση του χρονικού διαστήματος) σε σώμα που κινείται με σχετικιστική ταχύτητα.

**δίδυμη γένεση:** η μετατροπή ενός φωτονίου σε ζεύγος ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου.

**διέγερση (ατόμου):** η μετάβαση ενός ηλεκτρονίου του ατόμου σε στιβάδα με ενέργεια μεγαλύτερη από την αρχική.

**διεγέρτης:** το σώμα που προκαλεί εξαναγκασμένη ταλάντωση ενός ταλαντωτή- που προσφέρει περιοδικά ενέργεια σε ένα σώμα που ταλαντώνεται.

**δύναμη επαναφοράς:** η δύναμη που αναγκάζει ένα σώμα να ταλαντώνεται- που τείνει να επαναφέρει το σώμα στη θέση ισορροπίας.

**δυναμική άνωση:** η συνιστώσα της αεροδύναμης η κάθετη στην ταχύτητα.

## Ε

**εγκάρσιο κύμα:** το κύμα στο οποίο τα μόρια του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται κάθετα στη διεύθυνση της διάδοσής του.

**ειδική θεωρία της σχετικότητας:** θεωρία που διατύπωσε ο Einstein για αδρανειακά συστήματα αναφοράς. Βασικές της παραδοχές είναι: α) η ταχύτητα του φωτός είναι ανεξάρτητη από τη ταχύτητα του παρατηρητή, β) οι νόμοι της φυσικής είναι ίδιοι σε όλα τα αδρανειακά συστήματα.

**έκκεντρη κρούση:** η κρούση σωμάτων που οι ταχύτητές τους βρίσκονται σε παράλληλες ευθείες.

**ελαστική κρούση:** η κρούση κατά την οποία διατηρείται η μηχανική



**ενέργεια του συστήματος των σωμάτων.**

**ελεύθερη ταλάντωση:** η ταλάντωση ενός σώματος το οποίο εκτρέπεται από τη θέση ισορροπίας και αφήνεται ελεύθερο.

**έλλειμμα μάζας:** η διαφορά της μάζας ενός πυρήνα από τη μάζα των συστατικών του.

**ενέργεια σύνδεσης (πυρήνα):** το ποσό της ενέργειας που πρέπει να προσφερθεί στον πυρήνα για να διασπαστεί στα συστατικά του.

**ενέργεια ηρεμίας:** το ποσό της ενέργειας ( $mc^2$ ) που έχει ένα σώμα όταν ηρεμεί.

**ένταση ακτινοβολίας:** η ενέργεια που περνάει από τη μονάδα επιφάνειας στη μονάδα του χρόνου.

**εξαναγκασμένη ταλάντωση:** η ταλάντωση που γίνεται με την περιοδική προσφορά ενέργειας στο ταλαντούμενο σύστημα.

**εξίσωση κύματος:** η σχέση που δίνει την απομάκρυνση των σημείων του μέσου στο οποίο διαδίδεται το κύμα κάθε χρονική στιγμή.

**εξίσωση συνέχειας:** η σχέση μεταξύ της ταχύτητας ενός ασυμπιεστού ρευστού και της διατομής του σωλήνα στον οποίο κινείται.

**εσωτερική τριβή ρευστού:** η τριβή που αναπτύσσεται μεταξύ των μορίων του ρευστού λόγω της κίνησής του.

**έργο εξαγωγής:** η ελάχιστη ενέργεια που πρέπει να πάρει ένα ηλεκτρόνιο για να εγκαταλείψει την επιφάνεια ενός μετάλλου.

## **H**

**ηλεκτρική ταλάντωση:** εναλλασσόμενο ρεύμα μεγάλης συχνότητας που παίρνουμε από κύκλωμα LC όταν φορτίσουμε τον πυκνωτή.

**ηλεκτρομαγνητικό κύμα:** η ταυτόχρονη διάδοση ενός ηλεκτρικού και ενός μαγνητικού πεδίου στο χώρο.

## **I**

**ιδιομήκος (αντικειμένου):** βλ. «μήκος ηρεμίας».

**ιδιόχρονος (αδρανειακού συστήματος):** ο χρόνος που μετράει ένα ρολόι ακίνητο σε ένα αδρανειακό σύστημα.

**Ιξώδες:** η εσωτερική τριβή μεταξύ των μορίων ενός ρευστού- συντελεστής που δείχνει πόσο παχύρρευστο είναι ένα υγρό.

## **Κ**

**κβαντισμένο μέγεθος:** κάθε μέγεθος που παίρνει διακριτές τιμές που είναι πολλαπλάσια μιας ελάχιστης.

**κέντρο μάζας (σώματος):** το σημείο στο οποίο μπορεί να θεωρηθεί συγκεντρωμένη όλη η μάζα ενός σώματος.

**κοιλία στάσιμου κύματος:** ένα σημείο που ταλαντώνεται με το μέγιστο πλάτος, όταν στο ελαστικό μέσο στο οποίο ανήκει σχηματίζεται στάσιμο κύμα.

**κρίσιμη γωνία:** η μέγιστη τιμή της γωνίας πρόσπτωσης στη διαχωριστική επιφάνεια δύο διαφανών υλικών για την οποία το φως περνάει από το πρώτο υλικό στο δεύτερο στο οποίο το φως διαδίδεται με μεγαλύτερη ταχύτητα.

**κρούση κεντρική:** η κρούση σωμάτων που οι ταχύτητές τους βρίσκονται στην ίδια ευθεία.

**κύμα μηχανικό:** μια διαταραχή που μεταδίδεται σε ένα ελαστικό μέσο.

**κυματοπακέτο:** κύμα περιορισμένο στο χώρο.

## **M**

**μάζα ηρεμίας:** η μάζα που έχει ένα σώμα όταν ηρεμεί.

**μέλαν σώμα:** σώμα που απορροφά όλες τις ακτινοβολίες που πέφτουν πάνω του.

**μετασχηματισμοί Lorentz:** οι σχέσεις που συνδέουν τις συντεταγμένες της θέσης και χρόνου ενός σώματος σε δυο αδρανειακά συστήματα αναφοράς που βρίσκονται σε σχετική κίνηση.

**μετασχηματισμοί του Γαλιλαίου:** οι σχέσεις που συνδέουν τις συντεταγμένες της θέσης ενός σώματος σε δυο αδρανειακά συστήματα αναφοράς που κινούνται με ταχύτητα πολύ μικρότερη από την ταχύτητα του φωτός.

**μεταφορική κίνηση (στερεού σώματος):** η κίνηση στην οποία όλα τα σημεία του σώματος έχουν την ίδια ταχύτητα.

**μήκος ηρεμίας (αντικειμένου):** το μήκος ενός αντικειμένου, όπως μετρείται στο σύστημα αναφοράς ως προς το οποίο ηρεμεί.

**μήκος κύματος De Broglie:** το μήκος του κύματος που αντιστοιχεί σε ένα σωματίδιο.

**μήκος κύματος:** η απόσταση στην οποία φτάνει το κύμα σε χρόνο μιας περιόδου- η μικρότερη απόσταση δύο σημείων, στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος, που βρίσκονται σε φάση.

**μικροκύματα:** ηλεκτρομαγνητικά κύματα με μήκη κύματος μεταξύ **1mm** και **30cm**. Χρησιμοποιούνται στα ραντάρ.

**μικροσκόπιο σάρωσης σήραγγας:** όργανο που επιτρέπει να απεικονίσουμε αγώγιμες επιφάνειες σε ατομική κλίμακα. Η λειτουργία του βασίζεται στο φαινόμενο σήραγγας.

## **N**

**νευτώνεια ρευστά:** τα ρευστά στα οποία η εσωτερική τριβή είναι γραμμική συνάρτηση της ταχύτητας ροής.



## Ο

**ολική εσωτερική ανάκλαση:** η ανάκλαση μιας φωτεινής δέσμης που δε συνοδεύεται από διάθλαση. Γίνεται στην επιφάνεια που διαχωρίζει ένα διαφανές μέσον από ένα άλλο με μικρότερο δείκτη διάθλασης, όταν η γωνία πρόσπτωσης είναι μεγαλύτερη από την κρίσιμη γωνία.

**ορμή (υλικού σημείου):** το διάνυσμα που έχει την κατεύθυνση της ταχύτητας και μέτρο ίσο με το γινόμενο της μάζας του υλικού σημείου επί το μέτρο της ταχύτητάς του.

**ουράνιο τόξο:** το φωτεινό τόξο που εμφανίζεται στον ουρανό, ως αποτέλεσμα της ανάκλασης και του διασκεδασμού του ηλιακού φωτός στα σταγονίδια της βροχής.

## Π

**poise (πουάζ):** μονάδα μέτρησης του ιξώδους ενός ρευστού, ισοδύναμη με  $10^{-1} \text{ Nsm}^{-2}$ .

**παροχή (σωλήνα ή ρευματικής φλέβας):** το πηλίκο του όγκου  $dV$  του ρευστού που περνάει από μια διατομή του σωλήνα ( ή της φλέβας) σε χρόνο  $dt$  προς το χρόνο αυτό.

**περίοδος (φαινομένου):** το πηλίκο του χρόνου μέσα στον οποίο ολοκληρώνονται  $N$  εναλλαγές του φαινομένου με τον αριθμό  $N$ - ο χρόνος ανάμεσα σε δυο διαδοχικές όμοιες φάσεις του φαινομένου.

**πλάγια κρούση:** η κρούση σωμάτων που οι ταχύτητές τους βρίσκονται σε τυχαία διεύθυνση.

**πλαστική κρούση:** η κρούση που οδηγεί στη συγκόλληση των σωμάτων.

**ποζιτρόνιο:** το αντισωματίδιο του ηλεκτρονίου - σωματίδιο με μάζα ίση με τη μάζα του ηλεκτρονίου και φορτίο  $+e$ .

**πυρηνική σύντηξη:** πυρηνική αντίδραση στη διάρκεια της οποίας πυρήνες μικρού ατομικού αριθμού συντήκονται και δίνουν βαρύτερους πυρήνες, με ταυτόχρονη έκλυση ενέργειας.

**πυρηνική σχάση:** πυρηνική αντίδραση στη διάρκεια της οποίας ένας πυρήνας μεγάλου ατομικού αριθμού χωρίζεται σε δυο πυρήνες μικρότερου ατομικού αριθμού με ταυτόχρονη έκλυση ενέργειας.

**πυρηνικός αντιδραστήρας:** η διάταξη στην οποία πραγματοποιούνται ελεγχόμενες πυρηνικές αντιδράσεις.

**P**

**ραδιοκύματα:** ηλεκτρομαγνητικά κύματα που προκύπτουν από ταλαντούμενα ηλεκτρικά δίπολα και χρησιμοποιούνται στις τηλεπικοινωνίες.

**ρευματική γραμμή:** η γραμμή που συνδέει τις διαδοχικές θέσεις ενός μορίου του ρευστού.

**ρευστά:** σώματα που δεν έχουν δικό τους σχήμα-τα υγρά και τα αέρια.

**ροπή αδράνειας (ως προς άξονα):**  
το μέτρο της αδράνειας των σωμά-  
των στη στροφική κίνηση- ορίζεται  
ως το άθροισμα  $\sum m_i \cdot r_i^2$ , όπου  $m_i$   
μια στοιχειώδης μάζα του σώμα-  
τος και  $r_i$  η απόστασή της από τον  
άξονα.

**ροπή δύναμης (ως προς άξονα):**  
διάνυσμα που έχει τη διεύθυνση  
του άξονα και μέτρο το γινόμενο  
του μέτρου της συνιστώσας της  
δύναμης που βρίσκεται σε επί-  
πεδο κάθετο στον άξονα επί την α-  
πόστασή της από τον άξονα.

**ροπή δύναμης (ως προς σημείο):**  
διάνυσμα κάθετο στο επίπεδο που  
ορίζει το σημείο και ο φορέας της  
δύναμης και μέτρο το γινόμενο του  
μέτρου της δύναμης επί την από-  
σταση του σημείου από τον φορέα  
της δύναμης.

## Σ

**σταθερά απόσβεσης:** η σταθερά αναλογίας στη σχέση που συνδέει τη δύναμη η οποία προκαλεί την απόσβεση μιας ταλάντωσης με την ταχύτητα του ταλαντωτή.

**στάσιμο κύμα:** η κίνηση που κάνει ένα μέσο στο οποίο διαδίδονται ταυτόχρονα, με αντίθετη φορά, δυο κύματα της ίδιας συχνότητας και του ίδιου πλάτους.

**στιγμιότυπο κύματος:** η εικόνα που παρουσιάζει μια χρονική στιγμή το ελαστικού μέσο στο οποίο διαδίδεται ένα κύμα - η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y = f(x,t)$  για ορισμένη τιμή του  $t$ .

**στρόβιλοι:** περιοχές στις οποίες το ρευστό κάνει περιστροφική κίνηση.

**στροφική κίνηση:** η κίνηση ενός στερεού γύρω από άξονα- η κίνηση στην οποία όλα τα σημεία του στερεού έχουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα.

**στροφορμή στερεού σώματος:** το άθροισμα των στροφορμών των στοιχειωδών τμημάτων που απαρτίζουν το στερεό.

**στροφορμή συστήματος σωμάτων:** το άθροισμα των στροφορμών των σωμάτων που απαρτίζουν το σύστημα.

**στροφορμή υλικού σημείου (που κάνει κυκλική κίνηση):** διάνυσμα κάθετο στο επίπεδο της τροχιάς με μέτρο το γινόμενο του μέτρου της ορμής του υλικού σημείου επί την ακτίνα της τροχιάς του.

**στρωτή ροή:** η κίνηση ενός ρευστού, όταν δε σχηματίζονται στρόβιλοι.

**συμβολή κυμάτων:** η ταυτόχρονη διάδοση δυο ή περισσότερων κυμάτων στην ίδια περιοχή του χώρου.

**συμβολόμετρο:** όργανο που μας επιτρέπει να προσδιορίζουμε με μεγάλη ακρίβεια τη θέση των κροσσών συμβολής του φωτός.

**σύνθεση ταλαντώσεων:** η μελέτη της κίνησης ενός σώματος που μετέχει σε περισσότερες από μια ταλαντώσεις.

**συντονισμός:** το φαινόμενο κατά το οποίο ένα σώμα κάνει εξαναγκασμένη ταλάντωση με το μέγιστο πλάτος.



**συστολή του μήκους:** Η φαινομενική σμίκρυνση ενός σώματος που κινείται με σχετικιστική ταχύτητα.

**συχνότητα κατωφλίου:** η ελάχιστη συχνότητα που πρέπει να έχει μια φωτεινή δέσμη για να προκαλέσει εκπομπή φωτοηλεκτρονίων από ένα μέταλλο.

**συχνότητα (φαινομένου):** ο αριθμός των επαναλήψεων του φαινομένου στη μονάδα του χρόνου.

**T**

**ταλάντωση (μηχανική):** Παλινδρομική κίνηση γύρω από μια θέση ισορροπίας.

**πλάτος ταλάντωσης:** η μεγαλύτερη τιμή της απομάκρυνσης του ταλαντωτή.

**τάση αποκοπής:** η τιμή της τάσης μεταξύ των ηλεκτροδίων ενός φωτοκύτταρου για την οποία διακόπτεται το ρεύμα.

**τυρβώδης ροή:** η ροή ενός ρευστού όταν σχηματίζονται στρόβιλοι.

## Υ

**υδροστατική πίεση:** η πίεση των υγρών που οφείλεται στο βάρος τους.

**υπεριώδης ακτινοβολία:** αόρατη ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία με μήκη κύματος από **60 nm** μέχρι **380 nm**.

## Φ

**φαινόμενο Compton:** ο σκεδασμός της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας από τα σωματίδια της ύλης. Συνοδεύεται από αύξηση του μήκους κύματος της ακτινοβολίας.

**φαινόμενο Doppler:** η εμφάνιση διαφοράς ανάμεσα στη συχνότητα του εκπεμπόμενου κύματος και της συχνότητας που αντιλαμβάνεται ένας παρατηρητής όταν μεταβάλλεται η απόστασή του από την πηγή του κύματος.

**φαινόμενο σήραγγας:** η διέλευση σωματιδίων μέσα από ένα φράγμα δυναμικού χωρίς να έχουν την απαραίτητη ενέργεια, όπως απαιτεί η κλασική θεωρία.

**φωτοηλεκτρικό φαινόμενο:** η απόσπαση ηλεκτρονίων από ένα μέταλλο όταν στην επιφάνειά του

προσπίπτει ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία κατάλληλης συχνότητας.

**φλέβα:** το σχήμα που ορίζεται από τις ρευματικές γραμμές που αντιστοιχούν στα σημεία του περιγράμματος μιας επιφάνειας που βρίσκεται στη ροή του ρευστού.

**φώραση:** η διαδικασία με την οποία διαχωρίζεται το μικροφωνικό ρεύμα από το φέρον κύμα.

**φωτοκύτταρο:** διάταξη με την οποία οι αυξομειώσεις στην ένταση μιας φωτεινής δέσμης, κατάλληλης συχνότητας, μετατρέπονται σε αυξομειώσεις ηλεκτρικού ρεύματος.

**φωτόνιο:** το κβάντο της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας. Σωματίο μηδενικής μάζας ηρεμίας.

# Αλφαβητικό Ευρετήριο

## A

αδρανειακό σύστημα	Z' 34
ακτίνες Röntgen	B' 102, Θ' 37
ακτίνες $\gamma$	B' 102
ακτίνες X	B' 102, Θ' 37
ακτινοβολία μέλανος σώματος	Θ' 7
ανάκλαση του φωτός	B' 104
ανάλυση του φωτός	Γ' 18
αξιώματα της ειδικής θεωρίας της σχετικότητας	H' 22
απεριοδική ταλάντωση	A' 71
απομάκρυνση	A' 24
αρμονική ταλάντωση	A' 24
αρχή διατήρησης της στροφορμής	E' 92

αρχή της αβεβαιότητας	Θ' 57
αρχή του Pascal	Δ' 12
αρχική φάση	Α' 30

## Γ

γενική θεωρία της σχετικότητας	Η' 104
γωνία εκτροπής	Γ' 20
γωνιακή επιτάχυνση	Ε' 14
γωνιακή συχνότητα	Α' 21

## Δ

δείκτης διάθλασης (υλικού)	Β' 112
δεσμός στάσιμου κύματος	Β' 56
διάθλαση του φωτός	Β' 110
διακρότημα	Α' 114, Α' 116
διάμηκες κύμα	Β' 14
διαμόρφωση κατά πλάτος	Β' 83
διασκεδασμός (του φωτός)	Γ' 18

διαστολή του χρόνου	H' 30
διαφορικό	ΣΤ' 103
δίδυμη γένεση	H' 79
διεγέρτης	A' 82
δύναμη επαναφοράς	A' 35

## **E**

εγκάρσιο κύμα	B' 12
έκκεντρη κρούση	Z' 14
ελαστική κρούση	Z' 18, Z' 24
ελεύθερη ταλάντωση	A' 80
έλλειμμα μάζας	H' 78
ενέργεια σύνδεσης	H' 85
ενέργεια ηρεμίας	H' 77
εξαναγκασμένη ταλάντωση (ηλεκτρ.)	A' 94
εξαναγκασμένη ταλάντωση (μηχαν.)	A' 82

εξίσωση Schrödinger	Θ' 69
εξίσωση Bernoulli	Δ' 39
εξίσωση κύματος	Β' 23
εξίσωση στάσιμου κύματος	Β' 53
εξίσωση συνέχειας	Δ' 27
εξωτερικό γινόμενο διανυσμάτων	ΣΤ' 84
επαλληλία κυμάτων	Β' 28
έργο εξαγωγής	Θ' 28
εσωτερική τριβή	Δ' 52

## **H**

ηλεκτρική ταλάντωση	Α' 51
ηλεκτρομαγνητικό κύμα	Β' 65
ηχοκαρδιογράφημα Doppler	Ζ' 139

## **Θ**

θεμελιώδης νόμος στροφικής κίνησης	Ε' 63
---------------------------------------	-------



θεώρημα Steiner	Ε' 56
θεώρημα Torricelli	Δ' 44

## I

ιδανικά υγρά	Δ' 19
ιδιομήκος	Η' 44
ιδιοσυχνότητα	Α' 80
ιδιόχρονος	Η' 30
ιξώδες	Δ' 52

## K

καμπύλωση του χωροχρόνου	Η' 115
κβαντικός αριθμός	Θ' 17
κέντρο μάζας (συστήματος)	Z' 55
κέντρο μάζας (σώματος)	Ε' 20
κιβώτιο ταχυτήτων	ΣΤ' 93
κίνηση του κέντρου μάζας	Z' 58

**κινητική ενέργεια:**

- στην αρμονική ταλάντωση	A' 45
- στη στροφική κίνηση	E' 101
κοιλία στάσιμου κύματος	B' 56
κρίσιμη γωνία	Γ' 8
κρούση κεντρική	Z' 13
κύλιση τροχού	E' 17
κύμα ελαστικότητας	B' 8
κυματοπακέτο	Θ' 60
κυματοσυνάρτηση	Θ' 69

## **M**

μάζα ηρεμίας	H' 77
μέλαν σώμα	Θ' 12
μετασχηματισμοί Lorentz	H' 48, H' 60
μετασχηματισμοί έντασης ηλεκτρικού - μαγνητικού πεδίου	H' 91
μετασχηματισμοί του Γαλιλαίου	Z' 49

μεταφορική κίνηση	Ε' 8
μήκος ηρεμίας	Η' 44
μήκος κύματος	Β' 18
μήκος κύματος De Broglie	Θ' 52
μηχανικά κύματα	Β' 8
μικροκύματα	Β' 95
μικροσκόπιο σάρωσης	
σήραγγας	Θ' 131
μιόνιο	Η' 35
<b>N</b>	
νευτώνεια ρευστά	Δ' 57
νόμος μετατόπισης του Wien	Θ' 14
νόμος του Snell	Β' 113
<b>O</b>	
ολική εσωτερική ανάκλαση	Γ' 7
ουράνιο τόξο	Γ' 23

## Π

poise (πουάζ)	Δ' 56
παράδοξο των διδύμων	Η' 164
παροχή	Δ' 23, Δ' 24
πείραμα Michelson- Morley	Η' 11
περίοδος	Α' 19
περίοδος ηλεκτρικής ταλάντωσης	Α' 58
πηγάδι δυναμικού	
- με άπειρο βάθος	Θ' 80
- με ορισμένο βάθος	Θ' 86
πλάγια κρούση	Z' 14, Z' 25
πλαστική κρούση	Z' 19, Z' 31
πλάτος ταλάντωσης	Α' 25
ποζιτρόνιο	Η' 81
προώθηση πυραύλου	Z' 67

## Ρ

ραδιοκύματα	Β' 94
ρευματική γραμμή	Δ' 20

ρευστά	Δ' 19
ροπή αδράνειας (ως προς άξονα)	Ε' 51
ροπή δύναμης (ως προς άξονα)	Ε' 28
ροπή δύναμης (ως προς σημείο)	Ε' 33

## Σ

σταθερά απόσβεσης	Α' 68
σταθερά επαναφοράς	Α' 35
στάσιμο κύμα	Β' 48
στιγμιότυπο κύματος	Β' 31
στροφική κίνηση	Ε' 12
στροφορμή στερεού σώματος	Ε' 81
στροφορμή συστήματος	Ε' 86
στροφορμή υλικού σημείου	Ε' 78
στρωτή ροή	Δ' 20
συμβολή κυμάτων	Β'34

συμβολόμετρο	Η' 14
σύνθεση ταλαντώσεων	Α' 104
σύνθετη κίνηση στερεού	Ε' 14
συνθήκη ισορροπίας στερεού	Ε' 44
συνθήκη κανονικοποίησης	Θ' 72
συντονισμός	Α' 85
συντονισμού εφαρμογές	Α' 97
σύστημα αναφοράς κέντρου μάζας	Ζ' 55
συστολή του μήκους	Η' 44
συχνότητα	Α' 20
συχνότητα κατωφλίου	Θ' 34
σχετικιστική ορμή	Η' 70
σχετικιστική ενέργεια	Η' 77
σωλήνας	Δ' 22

## **T**

ταλάντωση (μηχανική)	Α' 23
τάση αποκοπής	Θ' 27

## Υ

υδροστατική πίεση	Δ' 10
υπέρθεση κυμάτων	Β' 28
υπεριώδης ακτινοβολία	Β' 100

## Φ

φαινόμενο Compton	Θ' 37
φαινόμενο Doppler	Ζ' 72
φαινόμενο σήραγγας	Θ' 93
φάση ταλάντωσης	Α' 30
φέρουσα συχνότητα	Β' 82
φθίνουσα ηλεκτρική ταλάντωση	Α' 78
φθίνουσα ταλάντωση	Α' 64
φλέβα ρευματική	Δ' 22
φώραση	Β' 90
φωτοηλεκτρικό φαινόμενο	Θ' 22
φωτοκύτταρο	Θ' 23
φωτόνιο	Θ' 29

## Χ

χωροχρόνος	Η' 24
------------	-------

# Βιβλιογραφία

1. Πανεπιστημιακή Φυσική Hugh D. Young Εκδόσεις Παπαζήση.

2. Physics for scientists & engineers Serway.

3. Φυσική Halliday Resnick Εκδόσεις Πνευματικός.

4. Halliday - Resnick - Walker Fundamentals of Physics Extended (fifth edition).

5. F.J.Keller - W.E.Gettys - M.J.Skove Physics (second edition).

6. Κεφάλαια σύγχρονης Φυσικής Halliday Resnick Εκδόσεις Πνευματικός.

7. Οι έννοιες της Φυσικής Paul G. Hewitt Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης.



**8. Εισαγωγή στην Ηλεκτροδυναμική  
David J. Griffiths Πανεπιστημιακές  
Εκδόσεις Κρήτης.**

**9. Μαθήματα Φυσικής (Ηλεκτρισμός  
- Μαγνητισμός) πανεπιστήμιο  
Berkeley Edward Purcell μετάφραση  
και έκδοση ομάδα καθηγητών ΕΜΠ.**

**10. Κλασσική και σύγχρονη Φυσική  
Kenneth W. Ford Εκδόσεις Πνευμα-  
τικός.**

**11. Κβαντομηχανική Ι. Στέφανος  
Τραχανάς Πανεπιστημιακές Εκδό-  
σεις Κρήτης.**

**12. Η Φυσική σήμερα Ε.Ν. Οικονό-  
μου Πανεπιστημιακές Εκδόσεις  
Κρήτης.**

**13. Η εξέλιξη των ιδεών στη Φυσική Einstein - Infeld Εκδόσεις Δωδώνη.**

**14. Η ελαφρότητα της Βαρύτητας Jayant Narlikar Εκδόσεις Τροχαλία.**

**15. Ιστορία της Φυσικής Emilio Segre Εκδόσεις Δίαυλος.**

**16. Φυσική Β΄ Ενιαίου Λυκείου (ειδίκευση) Υπουργείο Παιδείας Κύπρος.**

**17. Κ.Δ. Αλεξόπουλος - Δ.Ι. Μαρίνος Γενική Φυσική. Εκδόσεις ΟΛΥΜΠΙΑ.**

**18. Κβαντικό σύμπαν Tony Hey & Patrick Walters, εκδόσεις Κάτοπτρο.**

**19. 3000 solved problems in physics Alvin Halpern, Ph.D Schaum's Mc Graw Hill.**

**20. Echocardiography Harvey Feigenbaum fourth edition Lea & Febigep.**

**21. String and sticky tape experiments by R.D.Edge.**

**22. Turning the World Inside Out by Robert Ehrlich.**

# Περιεχόμενα

## 1. Ηλεκτρικές και μηχανικές ταλαντώσεις

Εισαγωγή	18
Περιοδικά φαινόμενα	19
Απλή αρμονική ταλάντωση	23
Ηλεκτρικές Ταλαντώσεις	46
Φθίνουσες Ταλαντώσεις	64
Εξαναγκασμένες Ταλαντώσεις	79
Σύνθεση Ταλαντώσεων	104
Σύνοψη	118
Ασκήσεις	149
Προβλήματα	157
Ένθετο. Εύρεση ταχύτητας και επιτάχυνσης στην απλή αρμονική ταλάντωση με τον διαφορικό λογισμό	176

# **Παραρτήματα**

**Πίνακες σταθερών 180**

**Λεξιλόγιο όρων 184**

**Αλφαβητικό ευρετήριο 213**

**Βιβλιογραφία 224**

**Βάσει του ν. 3966/2011 τα διδακτικά βιβλία του Δημοτικού, του Γυμνασίου, του Λυκείου, των ΕΠΑ.Λ. και των ΕΠΑ.Σ. τυπώνονται από το ΙΤΥΕ ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ και διανέμονται δωρεάν στα Δημόσια Σχολεία. Τα βιβλία μπορεί να διατίθενται προς πώληση, όταν φέρουν στη δεξιά κάτω γωνία του εμπροσθόφυλλου ένδειξη «ΔΙΑΤΙΘΕΤΑΙ ΜΕ ΤΙΜΗ ΠΩΛΗΣΗΣ». Κάθε αντίτυπο που διατίθεται προς πώληση και δεν φέρει την παραπάνω ένδειξη θεωρείται κλεψίτυπο και ο παραβάτης διώκεται σύμφωνα με τις διατάξεις του άρθρου 7 του νόμου 1129 της 15/21 Μαρτίου 1946 (ΦΕΚ 1946,108, Α').**

**Απαγορεύεται η αναπαραγωγή οποιουδήποτε τμήματος αυτού του βιβλίου, που καλύπτεται από δικαιώματα (copyright), ή η χρήση του σε οποιαδήποτε μορφή, χωρίς τη γραπτή άδεια του Υπουργείου Παιδείας, Έρευνας και Θρησκευμάτων / ΙΤΥΕ - ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ.**